

DELHI UNIVERSITY LIBRARY

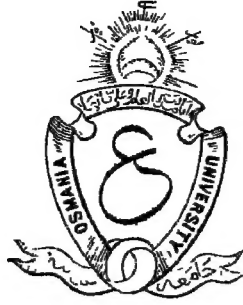
Cl. No. D:32

168N41.2

Ac. No. 33911

Date of release for loan

This book should be returned on or before the date last stamped below. An overdue charge of one anna will be charged for each day the book is kept overtime.



نصرتکے لیے دعا کرتا ہوں

مضبوطی اشیا

(حصہ دوم)

مصنفاً

آرتھر مارلے - ڈی - ایس سی وغیرہ

مترجمہ

مولوی ضیاء الدین حسنا انصاری ایم۔ اے (عثمانیہ) بی ایس سی آنرز (میچسٹر)

پروفیسر سول انجینیری، کلیہ انجینیری جامعہ عثمانیہ سرکار عالی

۱۳۶۰ھ م ۱۳۵۰ھ م ۱۹۴۱ء

دارالطبع جامعہ عثمانیہ سرکار عالی

u
620
M78M2
v2

D:32
168N41.2

pt. 2
33911

یہ کتاب مسرزا لائسنس گرین اینڈ کمپنی کی
اجازت سے اردو میں ترجمہ کر کے
طبع و شائع کی گئی ہے۔



مضبوطی اشیا

حصہ دوم

باب تا باب

فہرستِ امین

مضبوطی اشیاء

حصہ دوم

دسوال باب

صفحہ

۵۳۱

مروڑ

"

۵۳۳

خالص مروڑ میں زور اور فساد

۵۳۷

مروڑ کی سچی سے ربط

۵۳۸

کھوکھلے دھڑے

۵۴۲

غیر مدور دھڑے

۵۴۵

خاؤ اور مروڑ دونوں

۵۴۷

سروں کے ڈھکیل کا اثر

۵۴۹

لچک کی جد کے باہر مروڑ

۵۵۶، ۵۵۱

مروڑ کی بازگشتگی

مرغولی کمائیاں، تنگ لچھ دار اور کشادہ لچھ دار

گیارہواں باب

نل، اُستوانے اور قرص

صفحہ

۵۷۰

"

۵۷۳

۵۷۴

۵۷۵

۵۷۶

۵۸۳

۶۰۱

۶۰۳

۶۰۵

۶۱۵

۶۲۲

۶۲۰

۶۲۳

۶۵۲

۶۶۵

اُستوانی خول

بیضوی تراشیں

جوڑ

یتلا کروی خول

موٹا اُستوانہ

نلیوں اور اُستوانوں کے ابعاد

نلیوں کی تہدیم

موٹے کروی خول

مرکب اُستوانے

ٹھوس دھروں پر شکنجہ

تار لیدٹی نلیاں

گھومتا حلقہ یا پیتے کی لگر

گھومتا قرص

گھومتا اُستوانہ

متغیر موٹائی کا گھومتا قرص

بارہواں باب

منحنی سلاخوں کا خماؤ

۶۷۲

"

۶۸۰

خماؤ کا نظریہ
متفرق تراشیں

صفحہ

۶۸۵

آنکڑوں کے زور

۶۸۸

چھلوں کے زور

۷۰۱

چھلے کا بھاڑ

۷۰۳

سادہ زنجیری کڑیاں

۷۱۱

چدپی مرغولی کمائیاں

۷۱۳

تین قبضی کماندار پسلیاں اور دو قبضی کماندار پسلیاں

۷۳۷

ثابت پسلیاں

"

تپشی زور

۷۴۰

معلق تار اور زنجیریں

تیرہواں باب

چدپی تختیاں

۷۵۴

دائرہ تختی میں زور اور فساد

۷۵۵

آزاد اور ثابت تختیاں

۷۶۱

منقسم اور مرکزی بوجھ

۷۷۰

کیساں بوجھ اور مرکزی سہارا

۷۷۹

غیر دائری تختیوں کے لیے تقریبی طریقے

۷۸۲

بیضوی، مربع، مستطیل تختیاں

۷۸۲ تا ۷۸۷

چودھواں باب

ارتعاش اور فاصل رفتاریں

۷۹۱

پہلے دار ارتعاش

صفحہ	
۷۹۲	آزاد ارتعاش
۷۹۴	قصری ارتعاش
۷۹۵	فاصل تعدد
"	خطرناک رفتاریں
۷۹۶	طولی ارتعاش
۷۹۶ تا ۷۹۸	بوجہ دار اور بے بوجہ سلاخ
۸۰۰	عرضی ارتعاش
۸۱۲	گھومتے دھروں کی رفتار
۸۱۵	زور اور انصراف
۸۱۹	گھومتے دھروں کے ارتعاش
۸۲۰	سروں کے ڈھکیل اور مروڑ کا اثر
۸۲۳	مروڑ کے ارتعاش

پندرہواں باب جانچ مشینیں، آلات اور طریقے

۸۳۵	تشبیلی جانچ مشینیں
۸۳۶	تنشی امتحان
۸۳۸	استحالی ٹکڑوں کی شکل
"	گرفت کے طریقے
۸۵۲	جانچ مشین کی تعمیر
۸۵۳	مروڑ کی جانچ مشین
۸۵۷	امتد او پیمیا
۸۶۳	خود نویس راسم

صفحہ

۸۷۰

شہتیروں کے انصراف

۸۷۱

مروڑ کے فساد

۸۷۵

تاروں کا تناؤ اور مروڑ

۸۷۸

پلکے شہتیروں کا خاؤ

۸۸۰

لچک کے مستقلوں کی دریافت (خلاصہ)

سولہواں باب

خصوصی امتحانات

۸۸۶

۷

۸۸۷، ۸۹۱، ۸۹۳

تکراری اور متضاد زور
اسٹیم، آرٹیلڈ، اور سینک کی مشینیں

۸۹۶

صرف ایک مروڑ کے امتحانات

۸۹۸

سختی کے امتحانات اور جانچ مشینیں

۹۰۹

ضرب کے امتحانات اور مشینیں

۹۱۲

زور کی تقسیم کی بصری دریافت

سترہواں باب

خصوصی مسئلے

۹۱۶

سیمنٹ امتحانات، مشینیں اور آلات

۹۱۷

کنکریٹ، پتھر اور اینٹ

۹۲۷

چوبندہ، مضبوطی اور امتحانات

۹۳۰

۹۳۳ تا ۹۳۵

تنشی، فشاری، جزی اور خاؤ کے امتحانات

۹۳۸

طویل لداؤ

صفحہ

۹۳۹

۹۴۱

تاریکی رسیوں کی مضبوطی

ضمیمہ — رُیاخ دار تختی میں تناؤ

ریاضیاتی جدول

جوابات

اشاریہ

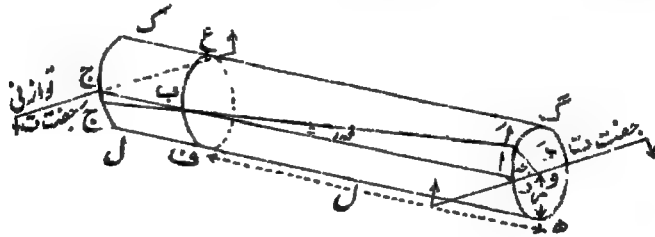


دسواں باب

مروڑ

۱۰۸۔ خالص مروڑ میں زور اور فساد۔ مدور تراش۔

اگر ایک استوانی سلاح کو ایک ایسے جفت سے مروڑا جائے جس کا محور سلاح کے محور پر منطبق ہو تو سلاح خالص مروڑ کے تحت ہوگی۔ کسی تراش کے کسی نقطے پر زور خالص جز کا ہوگا اور وہ دو مستوی جن پر زور بالکل ہمسی



شکل ۱۵۲

ہوگا (دیکھو دفعہ ۸) حسب ذیل ہونگے (۱) وہ مستوی جو زیر غور نقطے میں سے گزرتا ہے اور محور کے علی القوائم ہے (۲) وہ مستوی جو اس نقطے میں سے اور محور میں سے گزرتا ہے۔ ان میں سے پہلے مستوی پر زور کی سمت ہر جگہ محور سے نکلے ہوئے نیم قطری خطوط کے علی القوائم ہوگی۔ خاص مستوی

ماسی یا جزی زور کے مستویوں سے ۵۴ کا زاویہ بنائینگے (دیکھو دفعت ۸ اور ۱۵) اور دونوں خاص زوروں کی حدتیں جو مخالف علامت کی ہونگی مقدار میں جزی زور کی حدت کے مساوی ہونگی۔

فساد اس طرح کا ہوگا کہ سلاح کے محور کے علی القوائم کوئی تراش محور کے گرد دوسری مشابہ تراشوں کی اضافت سے خفیف سی گردش کریگی۔ چوک کی حدود کے اندر فساد کی نوعیت شکل ۱۵۲ میں دکھائی گئی ہے۔ یہ ایک ٹھوس اُستوائی سلاح کو تعبیر کرتی ہے جو اس کے سروں پر عمل کرتے ہوئے دوسری اور مخالف جفتوں کے تحت تعادل میں ہے۔ منحنی سطح پر کا ایک خط اب ج جو ابتدا میں مستقیم اور محور کے متوازی تھا فساد کے بعد ایک مرغولہ آب ج کا ایک حصہ بن جائیگا جو محور کے متوازی خطوط مثلاً آب ج سے ہر جگہ زاویہ قائم بناتا ہے۔ اس زاویے کا مستقل ہونا صاف ظاہر ہو جائیگا اگر منحنی سطح کو کھول کر مستوی سطح کی شکل میں بچھایا جائے۔ اس صورت میں آب ج ایک خط مستقیم ہوگا۔ منحنی سطح کے تمام مادے کے لیے یہ زاویہ قائم جزی فساد ہے (صفحہ ۱۰) اور چونکہ لچکدار فساد خفیف ہے اس لیے

صفحہ ۲۰۶

$$\text{فہ} = \frac{\text{آب}}{\text{س}} = \frac{\text{نہ}}{\text{س}} \text{ (نیم قطری)} \dots\dots\dots (۱)$$

جہاں نہ سطح پر جزی زور کی حدت ہے اور س اُستواری کا مقیاس ہے (دیکھو دفعہ ۱۰)

کسی نقطہ د کے لیے جو تراش کے مرکز سے فاصلہ ر پر ہو جزی فساد فہ اور جزی زور کی حدت ج اسی طرح کی مساوات سے مربوط ہونگے:—

$$\text{فہ} = \frac{\text{د}}{\text{آب}} = \frac{\text{ج}}{\text{س}} \text{ (نیم قطری)} \dots\dots\dots (۲)$$

وہ نیم قطری خط جو ابتدا میں ۱۰ پر تھا فساد کے بعد محل و آ

اختیار کریگا اور طول اب یاں میں مروڑ کا زاویہ α و $\beta = \alpha$ ہوگا۔
اگر سلاخ کا نصف قطر r ہو تو (۱) سے

$$\alpha = \frac{\alpha}{\alpha} = \frac{L}{r} \text{ (نیم قطری) } \dots \dots \dots (۳)$$

اور اسی طرح (۲) سے

$$\alpha = \frac{D}{D} = \frac{L}{r} \text{ (نیم قطری) } \dots \dots \dots (۴)$$

(۱) اور (۳) سے

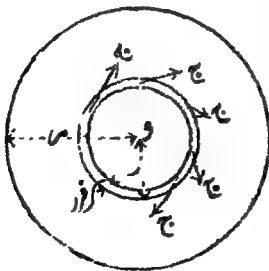
$$r = \frac{L}{\alpha} = \frac{L}{\alpha} \dots \dots \dots (۵)$$

اور (۲) اور (۴) سے

$$r = \frac{L}{\alpha} = \frac{L}{\alpha} \dots \dots \dots (۶)$$

یعنی تراش میں جزی زور کی حدت ہر نقطہ پر محور سے فاصلے کے
متناسب ہوگی اور محور پر صفر ہوگی اور بڑھتے ہوئے محیط پر انتہائی قیمت
نچ اختیار کریگی۔

۱۰۹۔ مروڑ کی سعی، فساد اور زور کے درمیان ربط۔



شکل ۱۵۳

ایک دیے ہوئے ابعاد کی استوائی سلاخ
پر لچک کی حدود کے اندر ایک دیے ہوئے
مروڑ کے فساد کی عمل اور اس کے اثرات
کے درمیان ربط تعادل کے اصولوں اور
دفعہ گزشتہ کے ضابطوں سے محسوب
ہو سکتا ہے۔ مدور سلاخ کے ٹکڑے
ع گ ہ ف کے تعادل پر غور کرو

(شکل ۱۵۲) - اس پر خارجی قوتیں صرف سرے اگھ پر کا جنت
ت ہے اور وہ قوتیں ہیں جو ٹکڑا ک ع ف ل مستوی ع ب ف
کے جزی ذور کے ذریعے لگاتا ہے - اس لیے موخر الذکر قوتیں شخیل ہو کر
ایک جنت بنی چاہیں جس کی مقدار ت ہو اور جو سرے اگھ کے
جنت کی مخالف سمت میں ہونا چاہیے - اگر شکل ۱۵۳ تراش کو تبصیر کرے
تو نصف قطر ر کے اور عرض مف ر کے ایک پتلے حلقے پر مجموعی جزی قوت

$$ج = \pi r^2 \times \text{مف ر}$$

صفحہ ۳۵۴ اور (۵) اور (۶) دلفہ ۱۰۸ سے

$$ج = \text{نچ} \times \frac{ل}{س}$$

$$\text{اس لیے } ج \times \pi r^2 \times \text{مف ر} = \text{نچ} \times \frac{\pi r^2}{س} \times \text{مف ر}$$

اور محور کے گرد اس کا معیار

$$\text{مف ت} = \pi r^2 \times \frac{\text{نچ}}{س} \times \text{مف ر}$$

ساری تراش کو پتلے ہم مرکز حلقوں میں تقسیم کر کے معیاروں کا مجموعہ
لینے سے تراش پر عمل کرنے والا مجموعی جنت

$$\text{ت} = \pi r^2 \times \frac{\text{نچ}}{س} \times \text{فر} = \frac{\pi}{۲} \times \text{م}^۲ \times \frac{\pi}{۱۶} \times \text{نچ} \times \text{ق} \dots \dots \dots (۱)$$

جہاں ق یا م س سلاخ کا قطر ہے - مقدار

$$\pi r^2 \times \frac{\text{نچ}}{س} \times \text{فر} = \frac{\pi}{۲} \times \text{م}^۲ \times \frac{\pi}{۱۶} \times \text{نچ} \times \text{ق} = \text{جا}$$

تراش کے رقبہ کا محور کے گرد قطبی معیار جمود ہے اور (۱) کو لکھا
جاسکتا ہے :-

$$ت = ز \frac{جا}{ر} = ج \frac{جا}{ر}$$

$$یا \quad ز = \frac{ت \times جا}{ر} \quad اور \quad ج = \frac{ت \times ر}{جا} \quad (۲) \dots\dots\dots$$

یہ یاد رکھنا چاہیے کہ ابعاد اور زچ کے لیے طول کی جو اکائی استعمال کی جائے وہی ت کے لیے استعمال ہو مثلاً اگر زچ اور ابعاد انچوں میں ہو تو ت کو پونڈ انچوں یا ٹن انچوں میں رکھنا چاہیے۔

اس شکل (۲) سے مرور کے جفت، زور، اور ابعاد کے ربطوں اور خاؤ کے معیار، زور اور ابعاد کے ربطوں (دفعہ ۶۳) کی مماثلت ظاہر ہوتی ہے اور مقدار جچا کو ایک ٹھوس مدور تراش کا قطبی مقیاس کہا جاسکتا ہے۔

مسادات (۵) دفعہ ۱۰۸ سے:—

$$ط = \frac{ز \times ل}{س \times جا} = \frac{ت \times ل}{س \times جا} \quad یا \quad \frac{۳۲ ت ل}{۳ ق س} \quad (نیم قطری) \dots\dots (۳)$$

یا $\frac{ت}{س جا}$ نیم قطری فی اکائی طول - نیز درجوں میں

$$ط = \frac{۵۸۳ ت ل}{س ق} \quad درجے \dots\dots\dots (۴)$$

مرور کی مقدار طول کے تناسب ہوگی اور محور کے گرد تراش کے (قطبی) معیار جمود (جچا) کے اور اس طرح ٹھوس مدور تراش کے دھرے میں قطری چوتھی قوت کے بالعکس تناسب ہوگی۔ حاصل ضرب س جا کو جس کے مرور کی مقدار بالعکس تناسب ہے دھرے کی مرور کی استواری کہا جاسکتا ہے۔ مدور تراش کے سوا دیگر تراشوں کے لیے جاسے کسی قدر

چھوٹی مقداریں استعمال کرنی چاہئیں (دیکھو دفعہ ۱۱۲)۔ ٹھوس مدور تراشوں کے لیے زور کی حدت (۱) کی ڈوسے قطر کے مکعب کے بالعکس متناسب ہوگی۔

۱۱۰۔ طاقت کے انتقال کے لیے دُھروں کے قطر۔
دُھرے کے ذریعے طاقت کی منتقلی میں اوسط مروڑ کے معیار یا پیچیدگی (torque) کو (نیم قطریوں میں) طے کیے ہوئے زاویے سے ضرب دینے سے منتقل شدہ کام حاصل ہوگا۔ اس لیے اگر اوسط مروڑ کا معیار پونڈ انچوں میں مت ہو جو اسی طاقت (۱-ط) کو ن چکر فی منٹ کی رفتار پر منتقل کرنے سے پیدا ہو تو

$$ت = \frac{۱۲ \times ۳۳۰۰۰ \times ۱-ط}{ن \pi^۲} \dots \dots \dots (۱)$$

اعظم مروڑ کا معیار عموماً اس سے خاصاً زیادہ ہوگا کیونکہ مروڑ کا معیار ہر قسم کی حالت میں بہت کچھ متغیر ہوتا ہے۔ اگر اعظم اور اوسط پیچیدگی کی نسبت کو تعبیر کرنے کے لیے ایک عددی سر اختیار کیا جائے تو اعظم مروڑ کا معیار

$$ت = \frac{۱-ط}{ن} \times \text{مستقل} \dots \dots \dots (۲)$$

اور ایک خالص مروڑ کو منتقل کرنے والے دُھرے میں (یعنی جس میں خاد کا زور نہ ہو) اگر بے خطر اعظم جزی زور کی حدت نہ ہو تو مساوات (۱) دفعہ ۱۰۹ سے

$$ق = \frac{۱۶}{\pi^۲} \left(\frac{ت}{ن} \right)^۲ = \frac{۱-ط}{ن} \times \text{مستقل} \dots \dots \dots (۳)$$

فولادی دُھروں کے لیے اس مستقل کی ایک عام قیمت تقریباً ۳۳۳ ہے۔ جب اعظم مروڑ کے معیار کا تخمینہ ہو جائے تو نہج کی عام کامی قیمتیں ۸۰۰۰، ۱۰۰۰۰، ۱۲۰۰۰، ۱۴۰۰۰، ۱۶۰۰۰، ۱۸۰۰۰، ۲۰۰۰۰، ۲۲۰۰۰، ۲۴۰۰۰، ۲۶۰۰۰، ۲۸۰۰۰، ۳۰۰۰۰، ۳۲۰۰۰، ۳۴۰۰۰، ۳۶۰۰۰، ۳۸۰۰۰، ۴۰۰۰۰، ۴۲۰۰۰، ۴۴۰۰۰، ۴۶۰۰۰، ۴۸۰۰۰، ۵۰۰۰۰، ۵۲۰۰۰، ۵۴۰۰۰، ۵۶۰۰۰، ۵۸۰۰۰، ۶۰۰۰۰، ۶۲۰۰۰، ۶۴۰۰۰، ۶۶۰۰۰، ۶۸۰۰۰، ۷۰۰۰۰، ۷۲۰۰۰، ۷۴۰۰۰، ۷۶۰۰۰، ۷۸۰۰۰، ۸۰۰۰۰، ۸۲۰۰۰، ۸۴۰۰۰، ۸۶۰۰۰، ۸۸۰۰۰، ۹۰۰۰۰، ۹۲۰۰۰، ۹۴۰۰۰، ۹۶۰۰۰، ۹۸۰۰۰، ۱۰۰۰۰۰، ۱۰۲۰۰۰، ۱۰۴۰۰۰، ۱۰۶۰۰۰، ۱۰۸۰۰۰، ۱۱۰۰۰۰، ۱۱۲۰۰۰، ۱۱۴۰۰۰، ۱۱۶۰۰۰، ۱۱۸۰۰۰، ۱۲۰۰۰۰، ۱۲۲۰۰۰، ۱۲۴۰۰۰، ۱۲۶۰۰۰، ۱۲۸۰۰۰، ۱۳۰۰۰۰، ۱۳۲۰۰۰، ۱۳۴۰۰۰، ۱۳۶۰۰۰، ۱۳۸۰۰۰، ۱۴۰۰۰۰، ۱۴۲۰۰۰، ۱۴۴۰۰۰، ۱۴۶۰۰۰، ۱۴۸۰۰۰، ۱۵۰۰۰۰، ۱۵۲۰۰۰، ۱۵۴۰۰۰، ۱۵۶۰۰۰، ۱۵۸۰۰۰، ۱۶۰۰۰۰، ۱۶۲۰۰۰، ۱۶۴۰۰۰، ۱۶۶۰۰۰، ۱۶۸۰۰۰، ۱۷۰۰۰۰، ۱۷۲۰۰۰، ۱۷۴۰۰۰، ۱۷۶۰۰۰، ۱۷۸۰۰۰، ۱۸۰۰۰۰، ۱۸۲۰۰۰، ۱۸۴۰۰۰، ۱۸۶۰۰۰، ۱۸۸۰۰۰، ۱۹۰۰۰۰، ۱۹۲۰۰۰، ۱۹۴۰۰۰، ۱۹۶۰۰۰، ۱۹۸۰۰۰، ۲۰۰۰۰۰، ۲۰۲۰۰۰، ۲۰۴۰۰۰، ۲۰۶۰۰۰، ۲۰۸۰۰۰، ۲۱۰۰۰۰، ۲۱۲۰۰۰، ۲۱۴۰۰۰، ۲۱۶۰۰۰، ۲۱۸۰۰۰، ۲۲۰۰۰۰، ۲۲۲۰۰۰، ۲۲۴۰۰۰، ۲۲۶۰۰۰، ۲۲۸۰۰۰، ۲۳۰۰۰۰، ۲۳۲۰۰۰، ۲۳۴۰۰۰، ۲۳۶۰۰۰، ۲۳۸۰۰۰، ۲۴۰۰۰۰، ۲۴۲۰۰۰، ۲۴۴۰۰۰، ۲۴۶۰۰۰، ۲۴۸۰۰۰، ۲۵۰۰۰۰، ۲۵۲۰۰۰، ۲۵۴۰۰۰، ۲۵۶۰۰۰، ۲۵۸۰۰۰، ۲۶۰۰۰۰، ۲۶۲۰۰۰، ۲۶۴۰۰۰، ۲۶۶۰۰۰، ۲۶۸۰۰۰، ۲۷۰۰۰۰، ۲۷۲۰۰۰، ۲۷۴۰۰۰، ۲۷۶۰۰۰، ۲۷۸۰۰۰، ۲۸۰۰۰۰، ۲۸۲۰۰۰، ۲۸۴۰۰۰، ۲۸۶۰۰۰، ۲۸۸۰۰۰، ۲۹۰۰۰۰، ۲۹۲۰۰۰، ۲۹۴۰۰۰، ۲۹۶۰۰۰، ۲۹۸۰۰۰، ۳۰۰۰۰۰، ۳۰۲۰۰۰، ۳۰۴۰۰۰، ۳۰۶۰۰۰، ۳۰۸۰۰۰، ۳۱۰۰۰۰، ۳۱۲۰۰۰، ۳۱۴۰۰۰، ۳۱۶۰۰۰، ۳۱۸۰۰۰، ۳۲۰۰۰۰، ۳۲۲۰۰۰، ۳۲۴۰۰۰، ۳۲۶۰۰۰، ۳۲۸۰۰۰، ۳۳۰۰۰۰، ۳۳۲۰۰۰، ۳۳۴۰۰۰، ۳۳۶۰۰۰، ۳۳۸۰۰۰، ۳۴۰۰۰۰، ۳۴۲۰۰۰، ۳۴۴۰۰۰، ۳۴۶۰۰۰، ۳۴۸۰۰۰، ۳۵۰۰۰۰، ۳۵۲۰۰۰، ۳۵۴۰۰۰، ۳۵۶۰۰۰، ۳۵۸۰۰۰، ۳۶۰۰۰۰، ۳۶۲۰۰۰، ۳۶۴۰۰۰، ۳۶۶۰۰۰، ۳۶۸۰۰۰، ۳۷۰۰۰۰، ۳۷۲۰۰۰، ۳۷۴۰۰۰، ۳۷۶۰۰۰، ۳۷۸۰۰۰، ۳۸۰۰۰۰، ۳۸۲۰۰۰، ۳۸۴۰۰۰، ۳۸۶۰۰۰، ۳۸۸۰۰۰، ۳۹۰۰۰۰، ۳۹۲۰۰۰، ۳۹۴۰۰۰، ۳۹۶۰۰۰، ۳۹۸۰۰۰، ۴۰۰۰۰۰، ۴۰۲۰۰۰، ۴۰۴۰۰۰، ۴۰۶۰۰۰، ۴۰۸۰۰۰، ۴۱۰۰۰۰، ۴۱۲۰۰۰، ۴۱۴۰۰۰، ۴۱۶۰۰۰، ۴۱۸۰۰۰، ۴۲۰۰۰۰، ۴۲۲۰۰۰، ۴۲۴۰۰۰، ۴۲۶۰۰۰، ۴۲۸۰۰۰، ۴۳۰۰۰۰، ۴۳۲۰۰۰، ۴۳۴۰۰۰، ۴۳۶۰۰۰، ۴۳۸۰۰۰، ۴۴۰۰۰۰، ۴۴۲۰۰۰، ۴۴۴۰۰۰، ۴۴۶۰۰۰، ۴۴۸۰۰۰، ۴۵۰۰۰۰، ۴۵۲۰۰۰، ۴۵۴۰۰۰، ۴۵۶۰۰۰، ۴۵۸۰۰۰، ۴۶۰۰۰۰، ۴۶۲۰۰۰، ۴۶۴۰۰۰، ۴۶۶۰۰۰، ۴۶۸۰۰۰، ۴۷۰۰۰۰، ۴۷۲۰۰۰، ۴۷۴۰۰۰، ۴۷۶۰۰۰، ۴۷۸۰۰۰، ۴۸۰۰۰۰، ۴۸۲۰۰۰، ۴۸۴۰۰۰، ۴۸۶۰۰۰، ۴۸۸۰۰۰، ۴۹۰۰۰۰، ۴۹۲۰۰۰، ۴۹۴۰۰۰، ۴۹۶۰۰۰، ۴۹۸۰۰۰، ۵۰۰۰۰۰، ۵۰۲۰۰۰، ۵۰۴۰۰۰، ۵۰۶۰۰۰، ۵۰۸۰۰۰، ۵۱۰۰۰۰، ۵۱۲۰۰۰، ۵۱۴۰۰۰، ۵۱۶۰۰۰، ۵۱۸۰۰۰، ۵۲۰۰۰۰، ۵۲۲۰۰۰، ۵۲۴۰۰۰، ۵۲۶۰۰۰، ۵۲۸۰۰۰، ۵۳۰۰۰۰، ۵۳۲۰۰۰، ۵۳۴۰۰۰، ۵۳۶۰۰۰، ۵۳۸۰۰۰، ۵۴۰۰۰۰، ۵۴۲۰۰۰، ۵۴۴۰۰۰، ۵۴۶۰۰۰، ۵۴۸۰۰۰، ۵۵۰۰۰۰، ۵۵۲۰۰۰، ۵۵۴۰۰۰، ۵۵۶۰۰۰، ۵۵۸۰۰۰، ۵۶۰۰۰۰، ۵۶۲۰۰۰، ۵۶۴۰۰۰، ۵۶۶۰۰۰، ۵۶۸۰۰۰، ۵۷۰۰۰۰، ۵۷۲۰۰۰، ۵۷۴۰۰۰، ۵۷۶۰۰۰، ۵۷۸۰۰۰، ۵۸۰۰۰۰، ۵۸۲۰۰۰، ۵۸۴۰۰۰، ۵۸۶۰۰۰، ۵۸۸۰۰۰، ۵۹۰۰۰۰، ۵۹۲۰۰۰، ۵۹۴۰۰۰، ۵۹۶۰۰۰، ۵۹۸۰۰۰، ۶۰۰۰۰۰، ۶۰۲۰۰۰، ۶۰۴۰۰۰، ۶۰۶۰۰۰، ۶۰۸۰۰۰، ۶۱۰۰۰۰، ۶۱۲۰۰۰، ۶۱۴۰۰۰، ۶۱۶۰۰۰، ۶۱۸۰۰۰، ۶۲۰۰۰۰، ۶۲۲۰۰۰، ۶۲۴۰۰۰، ۶۲۶۰۰۰، ۶۲۸۰۰۰، ۶۳۰۰۰۰، ۶۳۲۰۰۰، ۶۳۴۰۰۰، ۶۳۶۰۰۰، ۶۳۸۰۰۰، ۶۴۰۰۰۰، ۶۴۲۰۰۰، ۶۴۴۰۰۰، ۶۴۶۰۰۰، ۶۴۸۰۰۰، ۶۵۰۰۰۰، ۶۵۲۰۰۰، ۶۵۴۰۰۰، ۶۵۶۰۰۰، ۶۵۸۰۰۰، ۶۶۰۰۰۰، ۶۶۲۰۰۰، ۶۶۴۰۰۰، ۶۶۶۰۰۰، ۶۶۸۰۰۰، ۶۷۰۰۰۰، ۶۷۲۰۰۰، ۶۷۴۰۰۰، ۶۷۶۰۰۰، ۶۷۸۰۰۰، ۶۸۰۰۰۰، ۶۸۲۰۰۰، ۶۸۴۰۰۰، ۶۸۶۰۰۰، ۶۸۸۰۰۰، ۶۹۰۰۰۰، ۶۹۲۰۰۰، ۶۹۴۰۰۰، ۶۹۶۰۰۰، ۶۹۸۰۰۰، ۷۰۰۰۰۰، ۷۰۲۰۰۰، ۷۰۴۰۰۰، ۷۰۶۰۰۰، ۷۰۸۰۰۰، ۷۱۰۰۰۰، ۷۱۲۰۰۰، ۷۱۴۰۰۰، ۷۱۶۰۰۰، ۷۱۸۰۰۰، ۷۲۰۰۰۰، ۷۲۲۰۰۰، ۷۲۴۰۰۰، ۷۲۶۰۰۰، ۷۲۸۰۰۰، ۷۳۰۰۰۰، ۷۳۲۰۰۰، ۷۳۴۰۰۰، ۷۳۶۰۰۰، ۷۳۸۰۰۰، ۷۴۰۰۰۰، ۷۴۲۰۰۰، ۷۴۴۰۰۰، ۷۴۶۰۰۰، ۷۴۸۰۰۰، ۷۵۰۰۰۰، ۷۵۲۰۰۰، ۷۵۴۰۰۰، ۷۵۶۰۰۰، ۷۵۸۰۰۰، ۷۶۰۰۰۰، ۷۶۲۰۰۰، ۷۶۴۰۰۰، ۷۶۶۰۰۰، ۷۶۸۰۰۰، ۷۷۰۰۰۰، ۷۷۲۰۰۰، ۷۷۴۰۰۰، ۷۷۶۰۰۰، ۷۷۸۰۰۰، ۷۸۰۰۰۰، ۷۸۲۰۰۰، ۷۸۴۰۰۰، ۷۸۶۰۰۰، ۷۸۸۰۰۰، ۷۹۰۰۰۰، ۷۹۲۰۰۰، ۷۹۴۰۰۰، ۷۹۶۰۰۰، ۷۹۸۰۰۰، ۸۰۰۰۰۰، ۸۰۲۰۰۰، ۸۰۴۰۰۰، ۸۰۶۰۰۰، ۸۰۸۰۰۰، ۸۱۰۰۰۰، ۸۱۲۰۰۰، ۸۱۴۰۰۰، ۸۱۶۰۰۰، ۸۱۸۰۰۰، ۸۲۰۰۰۰، ۸۲۲۰۰۰، ۸۲۴۰۰۰، ۸۲۶۰۰۰، ۸۲۸۰۰۰، ۸۳۰۰۰۰، ۸۳۲۰۰۰، ۸۳۴۰۰۰، ۸۳۶۰۰۰، ۸۳۸۰۰۰، ۸۴۰۰۰۰، ۸۴۲۰۰۰، ۸۴۴۰۰۰، ۸۴۶۰۰۰، ۸۴۸۰۰۰، ۸۵۰۰۰۰، ۸۵۲۰۰۰، ۸۵۴۰۰۰، ۸۵۶۰۰۰، ۸۵۸۰۰۰، ۸۶۰۰۰۰، ۸۶۲۰۰۰، ۸۶۴۰۰۰، ۸۶۶۰۰۰، ۸۶۸۰۰۰، ۸۷۰۰۰۰، ۸۷۲۰۰۰، ۸۷۴۰۰۰، ۸۷۶۰۰۰، ۸۷۸۰۰۰، ۸۸۰۰۰۰، ۸۸۲۰۰۰، ۸۸۴۰۰۰، ۸۸۶۰۰۰، ۸۸۸۰۰۰، ۸۹۰۰۰۰، ۸۹۲۰۰۰، ۸۹۴۰۰۰، ۸۹۶۰۰۰، ۸۹۸۰۰۰، ۹۰۰۰۰۰، ۹۰۲۰۰۰، ۹۰۴۰۰۰، ۹۰۶۰۰۰، ۹۰۸۰۰۰، ۹۱۰۰۰۰، ۹۱۲۰۰۰، ۹۱۴۰۰۰، ۹۱۶۰۰۰، ۹۱۸۰۰۰، ۹۲۰۰۰۰، ۹۲۲۰۰۰، ۹۲۴۰۰۰، ۹۲۶۰۰۰، ۹۲۸۰۰۰، ۹۳۰۰۰۰، ۹۳۲۰۰۰، ۹۳۴۰۰۰، ۹۳۶۰۰۰، ۹۳۸۰۰۰، ۹۴۰۰۰۰، ۹۴۲۰۰۰، ۹۴۴۰۰۰، ۹۴۶۰۰۰، ۹۴۸۰۰۰، ۹۵۰۰۰۰، ۹۵۲۰۰۰، ۹۵۴۰۰۰، ۹۵۶۰۰۰، ۹۵۸۰۰۰، ۹۶۰۰۰۰، ۹۶۲۰۰۰، ۹۶۴۰۰۰، ۹۶۶۰۰۰، ۹۶۸۰۰۰، ۹۷۰۰۰۰، ۹۷۲۰۰۰، ۹۷۴۰۰۰، ۹۷۶۰۰۰، ۹۷۸۰۰۰، ۹۸۰۰۰۰، ۹۸۲۰۰۰، ۹۸۴۰۰۰، ۹۸۶۰۰۰، ۹۸۸۰۰۰، ۹۹۰۰۰۰، ۹۹۲۰۰۰، ۹۹۴۰۰۰، ۹۹۶۰۰۰، ۹۹۸۰۰۰، ۱۰۰۰۰۰، ۱۰۰۲۰۰۰، ۱۰۰۴۰۰۰، ۱۰۰۶۰۰۰، ۱۰۰۸۰۰۰، ۱۰۱۰۰۰، ۱۰۱۲۰۰۰، ۱۰۱۴۰۰۰، ۱۰۱۶۰۰۰، ۱۰۱۸۰۰۰، ۱۰۲۰۰۰، ۱۰۲۲۰۰۰، ۱۰۲۴۰۰۰، ۱۰۲۶۰۰۰، ۱۰۲۸۰۰۰، ۱۰۳۰۰۰، ۱۰۳۲۰۰۰، ۱۰۳۴۰۰۰، ۱۰۳۶۰۰۰، ۱۰۳۸۰۰۰، ۱۰۴۰۰۰، ۱۰۴۲۰۰۰، ۱۰۴۴۰۰۰، ۱۰۴۶۰۰۰، ۱۰۴۸۰۰۰، ۱۰۵۰۰۰، ۱۰۵۲۰۰۰، ۱۰۵۴۰۰۰، ۱۰۵۶۰۰۰، ۱۰۵۸۰۰۰، ۱۰۶۰۰۰، ۱۰۶۲۰۰۰، ۱۰۶۴۰۰۰، ۱۰۶۶۰۰۰، ۱۰۶۸۰۰۰، ۱۰۷۰۰۰، ۱۰۷۲۰۰۰، ۱۰۷۴۰۰۰، ۱۰۷۶۰۰۰، ۱۰۷۸۰۰۰، ۱۰۸۰۰۰، ۱۰۸۲۰۰۰، ۱۰۸۴۰۰۰، ۱۰۸۶۰۰۰، ۱۰۸۸۰۰۰، ۱۰۹۰۰۰، ۱۰۹۲۰۰۰، ۱۰۹۴۰۰۰، ۱۰۹۶۰۰۰، ۱۰۹۸۰۰۰، ۱۱۰۰۰۰، ۱۱۰۲۰۰۰، ۱۱۰۴۰۰۰، ۱۱۰۶۰۰۰، ۱۱۰۸۰۰۰، ۱۱۱۰۰۰، ۱۱۱۲۰۰۰، ۱۱۱۴۰۰۰، ۱۱۱۶۰۰۰، ۱۱۱۸۰۰۰، ۱۱۲۰۰۰، ۱۱۲۲۰۰۰، ۱۱۲۴۰۰۰، ۱۱۲۶۰۰۰، ۱۱۲۸۰۰۰، ۱۱۳۰۰۰، ۱۱۳۲۰۰۰، ۱۱۳۴۰۰۰، ۱۱۳۶۰۰۰، ۱۱۳۸۰۰۰، ۱۱۴۰۰۰، ۱۱۴۲۰۰۰، ۱۱۴۴۰۰۰، ۱۱۴۶۰۰۰، ۱۱۴۸۰۰۰، ۱۱۵۰۰۰، ۱۱۵۲۰۰۰، ۱۱۵۴۰۰۰، ۱۱۵۶۰۰۰، ۱۱۵۸۰۰۰، ۱۱۶۰۰۰، ۱۱۶۲۰۰۰، ۱۱۶۴۰۰۰، ۱۱۶۶۰۰۰، ۱۱۶۸۰۰۰، ۱۱۷۰۰۰، ۱۱۷۲۰۰۰، ۱۱۷۴۰۰۰، ۱۱۷۶۰۰۰، ۱۱۷۸۰۰۰، ۱۱۸۰۰۰، ۱۱۸۲۰۰۰، ۱۱۸۴۰۰۰، ۱۱۸۶۰۰۰، ۱۱۸۸۰۰۰، ۱۱۹۰۰۰، ۱۱۹۲۰۰۰، ۱۱۹۴۰۰۰، ۱۱۹۶۰۰۰، ۱۱۹۸۰۰۰، ۱۲۰۰۰۰، ۱۲۰۲۰۰۰، ۱۲۰۴۰۰۰، ۱۲۰۶۰۰۰، ۱۲۰۸۰۰۰، ۱۲۱۰۰۰، ۱۲۱۲۰۰۰، ۱۲۱۴۰۰۰، ۱۲۱۶۰۰۰، ۱۲۱۸۰۰۰، ۱۲۲۰۰۰، ۱۲۲۲۰۰۰، ۱۲۲۴۰۰۰، ۱۲۲۶۰۰۰، ۱۲۲۸۰۰۰، ۱۲۳۰۰۰، ۱۲۳۲۰۰۰، ۱۲۳۴۰۰۰، ۱۲۳۶۰۰۰، ۱۲۳۸۰۰۰، ۱۲۴۰۰۰، ۱۲۴۲۰۰۰، ۱۲۴۴۰۰۰، ۱۲۴۶۰۰۰، ۱۲۴۸۰۰۰، ۱۲۵۰۰۰، ۱۲۵۲۰۰۰، ۱۲۵۴۰۰۰، ۱۲۵۶۰۰۰، ۱۲۵۸۰۰۰، ۱۲۶۰۰۰، ۱۲۶۲۰۰۰، ۱۲۶۴۰۰۰، ۱۲۶۶۰۰۰، ۱۲۶۸۰۰۰، ۱۲۷۰۰۰، ۱۲۷۲۰۰۰، ۱۲۷۴۰۰۰، ۱۲۷۶۰۰۰، ۱۲۷۸۰۰۰، ۱۲۸۰۰۰، ۱۲۸۲۰۰۰، ۱۲۸۴۰۰۰، ۱۲۸۶۰۰۰، ۱۲۸۸۰۰۰، ۱۲۹۰۰۰، ۱۲۹۲۰۰۰، ۱۲۹۴۰۰۰، ۱۲۹۶۰۰۰، ۱۲۹۸۰۰۰، ۱۳۰۰۰۰، ۱۳۰۲۰۰۰، ۱۳۰۴۰۰۰، ۱۳۰۶۰۰۰، ۱۳۰۸۰۰۰، ۱۳۱۰۰۰، ۱۳۱۲۰۰۰، ۱۳۱۴۰۰۰، ۱۳۱۶۰۰۰، ۱۳۱۸۰۰۰، ۱۳۲۰۰۰، ۱۳۲۲۰۰۰، ۱۳۲۴۰۰۰، ۱۳۲۶۰۰۰، ۱۳۲۸۰۰۰، ۱۳۳۰۰۰، ۱۳۳۲۰۰۰، ۱۳۳۴۰۰۰، ۱۳۳۶۰۰۰، ۱۳۳۸۰۰۰، ۱۳۴۰۰۰، ۱۳۴۲۰۰۰، ۱۳۴۴۰۰۰، ۱۳۴۶۰۰۰، ۱۳۴۸۰۰۰، ۱۳۵۰۰۰، ۱۳۵۲۰۰۰، ۱۳۵۴۰۰۰، ۱۳۵۶۰۰۰، ۱۳۵۸۰۰۰، ۱۳۶۰۰۰، ۱۳۶۲۰۰۰، ۱۳۶۴۰۰۰، ۱۳۶۶۰۰۰، ۱۳۶۸۰۰۰، ۱۳۷۰۰۰، ۱۳۷۲۰۰۰، ۱۳۷۴۰۰۰، ۱۳۷۶۰۰۰، ۱۳۷۸۰۰۰، ۱۳۸۰۰۰، ۱۳۸۲۰۰۰، ۱۳۸۴۰۰۰، ۱۳۸۶۰۰۰، ۱۳۸۸۰۰۰، ۱۳۹۰۰۰، ۱۳۹۲۰۰۰، ۱۳۹۴۰۰۰، ۱۳۹۶۰۰۰، ۱۳۹۸۰۰۰، ۱۴۰۰۰۰، ۱۴۰۲۰۰۰، ۱۴۰۴۰۰۰، ۱۴۰۶۰۰۰، ۱۴۰۸۰۰۰، ۱۴۱۰۰۰، ۱۴۱۲۰۰۰، ۱۴۱۴۰۰۰، ۱۴۱۶۰۰۰، ۱۴۱۸۰۰۰، ۱۴۲۰۰۰، ۱۴۲۲۰۰۰، ۱۴۲۴۰۰۰، ۱۴۲۶۰۰۰، ۱۴۲۸۰۰۰، ۱۴۳۰۰۰، ۱۴۳۲۰۰۰، ۱۴۳۴۰۰۰، ۱۴۳۶۰۰۰، ۱۴۳۸۰۰۰، ۱۴۴۰۰۰، ۱۴۴۲۰۰۰، ۱۴۴۴۰۰۰، ۱۴۴۶۰۰۰، ۱۴۴۸۰۰۰، ۱۴۵۰۰۰، ۱۴۵۲۰۰۰، ۱۴۵۴۰۰۰، ۱۴۵۶۰۰۰، ۱۴۵۸۰۰۰، ۱۴۶۰۰۰، ۱۴۶۲۰۰۰، ۱۴۶۴۰۰۰، ۱۴۶۶۰۰۰، ۱۴۶۸۰۰۰، ۱۴۷۰۰۰، ۱۴۷۲۰۰۰، ۱۴۷۴۰۰۰، ۱۴۷۶۰۰۰، ۱۴۷۸۰۰۰، ۱۴۸۰۰۰، ۱۴۸۲۰۰۰، ۱۴۸۴۰۰۰، ۱۴۸۶۰۰۰، ۱۴۸۸۰۰۰، ۱۴۹۰۰۰، ۱۴۹۲۰۰۰، ۱۴۹۴۰۰۰، ۱۴۹۶۰۰۰، ۱۴۹۸۰۰۰، ۱۵۰۰۰۰، ۱۵۰۲۰۰۰، ۱۵۰۴۰۰۰، ۱۵۰۶۰۰۰، ۱۵۰۸۰۰۰، ۱۵۱۰۰۰، ۱۵۱۲۰۰۰، ۱۵۱۴۰۰۰، ۱۵۱۶۰۰۰، ۱۵۱۸۰۰۰، ۱۵۲۰۰۰، ۱۵۲۲۰۰۰، ۱۵۲۴۰۰۰، ۱۵۲۶۰۰۰، ۱۵۲۸۰۰۰، ۱۵۳۰۰۰، ۱۵۳۲۰۰۰، ۱۵۳۴۰۰۰، ۱۵۳۶۰۰۰، ۱۵۳۸۰۰۰، ۱۵۴۰۰۰، ۱۵۴۲۰۰۰، ۱۵۴۴۰۰۰، ۱۵۴۶۰۰۰، ۱۵۴۸۰۰۰، ۱۵۵۰۰۰، ۱۵۵۲۰۰۰، ۱۵۵۴۰۰۰، ۱۵۵۶۰۰۰، ۱۵۵۸۰۰۰، ۱۵۶۰۰۰، ۱۵۶۲۰۰۰، ۱۵۶۴۰۰۰، ۱۵۶۶۰۰۰، ۱۵۶۸۰۰۰، ۱۵۷۰۰۰، ۱۵۷۲۰۰۰، ۱۵۷۴۰۰۰، ۱۵۷۶۰۰۰، ۱۵۷۸۰۰۰، ۱۵۸۰۰۰، ۱۵۸۲۰۰۰، ۱۵۸۴۰۰۰، ۱۵

جا کی قیمت (۲) اور (۳) دفعہ ۱۰۹ میں کھوکھلے ڈھرے کے لیے

$$\text{جا} = \frac{(\text{س}^2 - \text{س}^2)}{2} \pi$$

ہے۔ مرور کا زاویہ

$$\text{ط} = \frac{\text{ت} ۳۲ \text{ ل}}{\pi (\text{ق}^2 - \text{ق}^2) \text{ س}} \text{ نیم قطری}$$

$$= \frac{\text{ت} ۵۸۳ \text{ ل}}{\pi (\text{ق}^2 - \text{ق}^2) \text{ س}} \text{ درجے (۲)}$$

مضبوطی (یعنی ایک دی ہوئی انتہائی حدت کے زور کے لیے مرور کی مزاحمت) فی اکائی تراشی رقبہ یا فی اکائی وزن کے لیے کھولے اور ٹھوس دھڑ کا ایک ہی بیردنی قطر کے لیے مقابلہ کرنے سے :-

$$\frac{\text{کھولے}}{\text{ٹھوس}} = \frac{\text{س}^2 - \text{س}^2}{\text{س}^2 (\text{س}^2 - \text{س}^2)} = 1 + \left(\frac{\text{س}^2}{\text{س}^2} \right)$$

جو س کے س کے قریب آنے کی صورت میں یعنی ایک پتلی نلی کی صورت میں انتہائی نسبت ۲ کو پہنچتا ہے۔ دونوں دھڑوں کی مرور کی استواریوں میں بھی وہی نسبت ہوگی جو ان کی مضبوطیوں میں ہے۔

۱۱۲۔ غیر مدور تراش کے دھڑوں کی مرور۔ ایسے

دھڑوں کی مرور جو متشاکل ہیں لیکن مدور نہیں بہت پیچیدہ ہے۔ تراشیں جو ابتداءً مستوی ہوں مڑ جاتی ہیں اور جزی زور کی اعظم حدت عموماً تراش کے محیط کے اُس نقطے پر واقع ہوتی ہے جو مرور کے محور یا گواش کے مرکز ہند کے قریب ترین ہوتا ہے۔ اس مسئلے پر سان وینان نے تحقیق کی ہے اور ایسی صورتوں کے لیے سادہ آزمائشی ضابطے وضع کیے ہیں جن میں زیادہ صحیح نتائج بہت پیچیدہ ہوتے ہیں۔ سان وینان کے کام کا بیان

ٹاڈھنٹر اور پیورسن کی کتاب ”پچاک کے نظریے کی تاریخ“ جلد دوم حصہ اول میں ملیگا جس سے ذیل کی قیمتیں اخذ کی گئی ہیں - ترقیم گزشتہ چار دفعات کی استعمال کی گئی ہے -
مربع تراش — ضلع کا طول ض - زور کی اعظم حدت ز ضلعوں کے وسط میں واقع ہوگی -

$$\text{ت} = ۲۰۸ \text{ ض}^۲ \text{ ز} \quad (۱)$$

جو اندرونی دائرے کے تناظر قیمت $\frac{\pi}{14}$ ز ص ۲ سے صرف تقریباً ۶ فی صدی زیادہ ہے - اور

$$\text{ط} = ۱۱۷ \frac{\text{ت} \times \text{ل}}{\text{س} \times \text{ض}^۲} = \frac{\text{ت} \times \text{ل}}{۸۴۴ \text{ س جا}} \quad (۲)$$

اس میں جا = ض^۲

ناقصی تراش — بڑا محور (ا) چھوٹا محور ب - زور کی اعظم حدت ز چھوٹے محور کے سروں پر واقع ہوگی -

$$\text{ت} = \frac{\pi}{14} \text{ و ب}^۲ \text{ ز} \quad (۳)$$

$$\text{ط} = \frac{۱۶}{\pi} \frac{(\text{و} + \text{ب}^۲)}{\text{س}} \frac{\text{ت} \text{ ل}}{\text{س}} \quad (۴)$$

مستطیلی تراش — بڑا ضلع و چھوٹا ضلع ب - زور کی اعظم حدت ز بڑے ضلعوں کے وسطی نقاط پر واقع ہوگی -

$$\text{ت} = \frac{\text{و ب}^۲}{۳ + ۸ \text{ و اب}} \times \text{ز} \text{ یا } \frac{\text{و ب}^۲}{۳ + ۸ \text{ و اب}} \times \text{ز} \quad (۵)$$

اختیاری عددی سر

$$\frac{1}{18+3}$$

کی زیادہ صحیح قیمتوں کے لیے وہ جدول دیکھو جو ٹاڈ ہنٹر اور اور پیرسن کی کتاب ”پچک کی تاریخ“ جلد دوم حصہ اول، صفحہ ۳۹ میں دی گئی ہے۔ کسی تشاکل تراش کے لیے جس میں مستطیل بھی شامل ہیں تقریباً۔

$$ط = \frac{۳۰ جا \times دل}{س} \dots\dots\dots (۶)$$

جہاں س تراش کا رقبہ ہے اور جا قطبی معیار مجدد ہے۔ ۳۰ کی بجائے مدور یا ناقص تراش کے لیے صحیح عددی سر ۳۳ ہے، اور ان مستطیلوں کے لیے جن میں $\frac{۳}{۲}$ عددی سر تقریباً ۳۲ ہے۔

چابی راہ والے گول دھڑے — اگر ایک گول دھڑے میں ایک چابی راہ ہو جس کا عرض دھڑے کے قطر کا گنا ہو اور گہرائی گ گئی ہو تو پیکدار زور کی ایک دی ہوئی حد ز کے لیے اس دھڑے کی پیمائی سالم دھڑے کی حسب ذیل کسری جاسکتی ہے:—

$$۱ - ۲ع - ۱۰اگ$$

پیکدار انصراف حسب ذیل نسبت میں بڑھ جائیگا:—

$$۱ + ۳ع + ۷اگ$$

مثال ۱۔ ایک دھڑے میں مروڑ کے جزئی زور کی اعظم حد معلوم کرو جس کا قطر ۳ انچ ہے اور جو ۵۰ - ط کو ۸۰ چکرنی منٹ کی رفتار پر منتقل کر رہا ہے۔ اعظم مروڑ کا معیار اوسط سے ۳۰ فی صدی زیادہ ہے۔ اگر $س = ۱۲ \times ۱۰$ پونڈ فی مربع انچ تو اعظم مروڑ درج

فی فٹ طول میں معادہ کرو۔

مروڑ کا معیار پونڈ انچوں میں

$$\text{ت} = \frac{۱۶۴ \times ۵۰ \times ۱۲ \times ۳۳۰۰۰}{۳۲ \times ۸۰} = ۵۵۱۲۵ \text{ پونڈ انچ}$$

$$\text{ز} = \frac{۱۶}{۳} \times \frac{\text{ت}}{۳۲} = \frac{۵۵۱۲۵ \times ۱۶}{۳۲ \times ۳} = ۱۰۳۰۰ \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

مروڑ فی فٹ طول درجوں میں

$$\text{ط} = \frac{۱۸۰}{\pi} \times \frac{۱۲ \times ۵۵۱۲۵}{۶۰ \times ۱۲ \times ۸۱ \times \frac{\pi}{۳۲}} = ۵۶۳۹۸$$

مثال ۲۔ ایک ٹھوس گول دھڑے کی بجائے ایک کھوکھلا دھڑا استعمال کیا جا رہا ہے جس کا بیرونی قطر، اندرونی قطر کا $\frac{۱}{۴}$ اگنا ہے۔ دونوں میں مروڑ کے زور کی ایک ہی حدت جائز رکھی جائے تو ٹھوس اور کھوکھلے دھڑوں کے وزن اور صلاحیت کا مقابلہ کریں۔

فرض کرو کہ ٹھوس دھڑے کا قطر Q ہے اور کھوکھلے کا بیرونی قطر Q_1 ہے۔
سادہ مضبوطی کے لیے

$$Q = \frac{Q_1^3 - (Q_1/4)^3}{Q_1} = (Q_1/4)^3 - 1 = ۱۶۰۹۶ - ۱ = ۱۶۰۹۵$$

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{1}{160.96} = \sqrt[3]{\frac{1}{160.96}} = \sqrt[3]{160.96} = ۱۶۱۹۲$$

وزنوں کی نسبت

$$\frac{\text{ٹھوس}}{\text{کھوکھلا}} = \frac{1}{(160.96 - 1)} = \frac{1}{159.96} = ۱۶۹۶$$

صلاحیت کی نسبت

$$۱۵۹ = \frac{(۱۵۹۲ - ۱)(۱۸ - ۱)}{۱} = \frac{\text{کھوکھلا}}{\text{ٹھوس}}$$

۱۱۳ - خاؤ اور مرور دونوں — گزشتہ دفعات میں یہ مانا

گیا ہے کہ دھروں پر ایک محوری جفت عمل کر رہا ہے جس سے صرف مرور کا جزی زور پیدا ہو رہا ہے۔ لیکن عملاً تقریباً تمام دھروں پر ان کے ذاتی وزن یا چرخوں کے وزن یا گرینکوں اور تسموں کے دھکیل یا کھینچاؤ کی وجہ سے خاؤ کا عمل بھی واقع ہوتا ہے۔ اس طرح دھرے میں زور کے اجزائے ترکیبی یہ ہونگے (۱) مرور کا جزی زور محور کے علی القوائم مستویوں اور محور میں سے گزرنے والے مستویوں پر (۲) تنشی اور فشاری خاؤ کے زور محور کے متوازی (۳) خاؤ کی قوتوں سے پیدا ہونے والے جزی زور محور کے متوازی مستویوں اور علی القوائم مستویوں پر۔ دھرا بہت چھوٹا نہ ہو تو اعظم صدر زور عموماً دھرے کے محیط پر واقع ہونگے جہاں مقابل پہلوؤں پر تنشی اور فشاری زور مساوی اور مخالف اعظم قیمت کو پہنچتے ہیں۔ اس صورت میں خاؤ کی قوتوں سے پیدا ہونے والے جزی زور کا لحاظ غیر ضروری ہے کیونکہ یہ محیط پر صفر ہوتا ہے (دیکھو دفعہ ۷۱)۔ بہت چھوٹے دھروں میں یہ ہو سکتا ہے کہ خاؤ کی قوتوں سے پیدا ہونے والا جزی زور محور کے متوازی راست زور سے زیادہ اہم ہو۔ اس صورت میں سب میں بڑا خاص زور تراش کے اندر واقع ہو سکتا ہے۔ لیکن بالعموم اعظم صدر زور محیط پر ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ خاؤ کے طولی زور کی مساوی اور مخالف انتہائی حدت جو کسی تراش کے قطر کے سروں پر واقع ہوتی ہے ز ہے۔ تب

$$ز = \frac{م}{مق} = \frac{۳۲}{۳ ق} \text{ (دفعات ۶۳ اور ۶۶) (۱)}$$

جہاں مق = $\frac{۳}{۳ ق}$ قطرق کے ایک گول دھرے کی تراش کا مقیاس ہے

اور مخرؤ کا معیار ہے۔ فرض کر دو کہ مرد کے جزی زور رج کی انتہائی قیمت جو محیط پر واقع ہوتی ہے نہ ہے۔ تب

$$ز = \frac{۱۶}{۳} \left(\frac{۱۰۹}{۳} \right) \dots \dots \dots (۱)$$

صدر زوروں کی حدتیں دفعہ ۱۸ کی طرح معلوم کی جاسکتی ہیں۔ اعظم صدر زور کی قیمت یہ ہوگی :-

$$ز = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} \left(\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} \right) \dots \dots \dots (۲)$$

یہ کمال کے اُس پہلو پر تنشی ہوگا جس پر مخرؤ کا اعظم تنشی زور واقع ہوتا ہے اور اس کے عین مقابل فشاری ہوگا۔ ز اور ز کے اوپر کی قیمتیں درج کرنے سے

$$ز = \frac{۱۶}{۳} \left(\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} \right) \dots \dots \dots (۳)$$

$$ز = \frac{۳۲}{۳} \left\{ \frac{۱}{۳} + \left(\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} \right) \right\} \dots \dots \dots (۴)$$

یا

(۵) سے ظاہر ہے کہ اگر مخرؤ کا معیار

$$م = \frac{۱}{۳} \left(\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳} \right) \dots \dots \dots (۶)$$

اکیلا عمل کرے تو اس سے تنشی اور فشاری زور کی وہی اعظم حدت (ز) پیدا ہوگی جو م اور ت کے مل کر عمل کرنے سے پیدا ہوتی ہے۔ اس وجہ سے اس کو معادل مخرؤ کا معیار کہا جاتا ہے اور یہ صریحاً کھوکھلے دھڑے کے لیے بھی درست ہے۔

چونکہ مخرؤ اور مرد کا اجتماع مرکب زور کی ایک اہم صورت ہے اس لیے یہ دیکھنا فائدے سے خالی نہ ہوگا کہ دفعہ ۲۵ میں جو چار مفروضے بیان کیے گئے ہیں اُن سے مجوز کے ”مبادل“ کیا پیدا ہوتے ہیں۔

اگر بچکار ناکارگی کے لیے خاص راستہ فساد پر غور کیا جائے اور پوائی سن کی نسبت $\frac{1}{2}$ لی جائے تو دفعہ (۲۵) کی مساوات (۲) سے معادل نماؤ کا معیار حسب ذیل ہوگا:-

$$\frac{3}{4} \text{ مر} + \frac{5}{8} \text{ م} = \overline{\text{مر} + \text{م}} \dots\dots\dots (۶)$$

جو (۶) کے مر سے زیادہ ہے۔ اگر (۶) کی قیمت استعمال کی جائے تو زور کی حدت کی کافی قیمت (۷) کے مقابلے میں ذرا پست تر اختیار کرنی چاہیے (دیکھو دفعہ ۲۵)۔ اور اگر اعظم جزی زور پر غور کیا جائے جو حسب ذیل ہے:-

$$\frac{1}{2} \text{ م} = \overline{\frac{1}{2} \text{ ز} + \frac{1}{2} \text{ ز}} \text{ یا } \frac{14}{33} \text{ م} = \overline{\text{مر} + \text{م}}$$

تو معلوم ہوا کہ اگر مروڑ کا معیار

$$\text{م} = \overline{\text{مر} + \text{م}} \dots\dots\dots (۸)$$

اکیلا اعلیٰ کرے تو جزی زور کی وہی اعظم حدت پیدا کریگا جو مر اور م مل کر پیدا کرتے ہیں اور اس طرح اس کو معادل مروڑ کا معیار کہنا نامناسب نہ ہوگا۔ اگر وہ زاویہ جو خاص زور کا محور دھڑے کے محور سے بناتا ہے یا جو خاص مستوی تراش سے بناتا ہو وہ ہو تو (۳) دفعہ ۷ سے

$$\text{مس} ۲ ط = \frac{۲}{۳} \text{ نج} = \frac{\text{ت}}{\text{م}}$$

اگر ناکارگی کے لیے اعظم بچکار فساد تو انائی پر غور کیا جائے تو (۵) دفعہ ۴۲ سے تو وہ سادہ زور جس سے یہی فساد تو انائی پیدا ہوگی

صفحہ ۳۱۳

$$\frac{1}{2} \text{ م} = \overline{\frac{1}{2} \text{ ز} + \frac{1}{2} \text{ ز}} \text{ یا } \frac{1}{2} \text{ م} = \overline{\left(\frac{1}{2} + ۱\right) \frac{1}{2} \text{ ز}} \dots\dots\dots (۹)$$

ہوگا اور وہ نماؤ کا معیار جس سے یہ زور اور یہ فساد تو انائی پیدا ہوں

$$\left[\frac{م}{س} + \frac{فت}{س} \right] یا \left[\frac{م}{س} + \frac{فت}{س} \right] (۱۰) \dots \dots \dots$$

ہوگا۔ اور یہ اس مفروضے کے نقطہ نظر سے معادل خاؤ کا معیار ہوگا اور متحدہ اشیا میں تجرباتی واقعات سے سب میں قریب یہی ہے۔

۱۱۴۔ سروں کے دھکیل کا اثر — اگر خاؤ اور مروڑ کی قوتوں

کے علاوہ ایک محوری دھکیل یا کھینچاؤ بھی ہو تو صدر زور معلوم کرنے سے پہلے محوری قوت سے پیدا ہونے والے زور کی حدت کو خاؤ کے طولی راست زور میں جبری طور پر جمع کرنا چاہیے۔ محوری دھکیل ف ہو تو طولی فشاری زور کی انتہائی حدت

$$ز = \frac{م}{س} + \frac{ف}{س}$$

ہوگی جہاں س تراش کا رقبہ ہے اور ہر اس پر خاؤ کا معیار۔ فشاری زور کی اعظم حدت معلوم کرنے کے لیے مساوات (۳) میں ز کی بجائے یہ نہ استعمال کرنا چاہیے۔
طولی تنشی زور کی انتہائی حدت

$$ز = \frac{م}{س} - \frac{ف}{س}$$

ہوگی۔ اگر یہ مثبت ہو تو مساوات (۳) میں ز کی بجائے اس کو درج کرنے سے تنشی خاص زور کی اعظم حدت معلوم ہوگی۔

مثال ۱ — ۳ انچ قطر کے ایک ڈھیرے پر ایک ۳۰۰۰۰ پونڈ انچ کا ایک مروڑ کا معیار اور ایک ۱۰۰۰۰ پونڈ انچ کا خاؤ کا معیار عمل کرتا ہے۔ اعظم خاص زور معلوم کرو۔ اگر پوائنٹس کی نسبت $\frac{۱}{۲}$ ہو تو وہ راست زور معلوم کرو جو اکیلا عمل کر کے یہی اعظم فساد پیدا کریگا۔
مروڑ کے جزی زور کی حدت

$$Z = \frac{14 \times 10000}{24 \times \pi} = 188.6 \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

خاؤ کے زور کی حدت

$$Z = \frac{32 \times 10000}{24 \times \pi} = 367.2 \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

اعظم صدر زور کی حدت

$$= \frac{1}{4} Z + \frac{1}{4} Z^2 = 188.6 + 10000 \times \frac{1}{4} = 25492$$

۹۶۶۴ پونڈ فی مربع انچ

اقل صدر زور کی حدت

$$= 188.6 - 25492 = -5892 \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

اعظم فساد اعظم صدر زور کی سمت میں (دیکھو دفعہ ۱۹)

صفحہ ۳۱۲

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{5892}{3} + 9664 \right) = 11136$$

اس فساد کو پیدا کرنے کے لیے مطلوبہ راست زور = ۱۱۱۳۶ پونڈ فی مربع انچ
مثال ۲۔ ایک داسر کے قطرے پر ایک ۱۸۰ ٹن فٹ کا مروڑ کا
معیار، ۴۰ ٹن فٹ کا خاؤ کا معیار، اور ۳۰ ٹن کا ایک راست دھکیل عمل کرتا
ہے۔ اگر اس کا بیرونی قطر ۱۶ انچ اور اندرونی قطر ۸ انچ ہو تو فشاری زور کی
اعظم حدت معلوم کرو۔

تراش کا قطبی مقیاس

$$= \frac{\pi}{14} \cdot \frac{14 - 8}{14} = \pi 240 = 755 \text{ (انچ)}^3$$

اور ”خاؤ کا مقیاس“ اس کا نصف ہوگا۔

کسی تراش میں مروڑ کا اعظم جزی زور

$$7 = \frac{12 \times 180}{455} = 2586 \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

خاؤ کا اعظم زور

$$12 = \frac{2 \times 12 \times 30}{455} = 1620 \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

اور دھکیل کی وجہ سے فشار

$$20 = \frac{30}{192 \times 54852} = 2520 \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

محور کے متوازی راست فشار

$$24 = 20 + 12 = 2520 \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

اس لیے اعظم فشاری (خاص) زور

$$2588 = \sqrt{(2586)^2 + (5435)^2} + 5435 = 2588 \text{ ٹن فی مربع انچ}$$

۱۱۵۔ لچک کی حد کے باہر مروڑ — اگر مروڑ کا جفت

بتدریج بڑھتا جائے یہاں تک کہ شکستگی واقع ہو تو دھاتیں، خواہ متحد ہوں یا پھونک، جن خواص کا اظہار کرتی ہیں وہ تنشی امتحان کے بہت مشابہ ہوتے ہیں۔ اگر مروڑ کے معیاروں کو کسی مقررہ طول کے زاویائی انصراف کی اساس پر ترسیم کیا جائے تو جو نقشہ حاصل ہوگا وہ تناؤ اور تھلوں کے نقشے کے بہت مشابہ ہوگا (دیکھو شکل ۳)۔ متحد دھاتوں کی صورت میں مروڑ کے امتحان کا نقطہ مغلوبیت، اور زاویئی فساد کی مروڑ کے معیار کے ساتھ تناسبیت خاص کر ٹھوس سلاخ میں تنشی امتحان کے مقابلے میں کم نمایاں ہوتے ہیں اور اس کی وجہ یہ ہے کہ ساری شے زور کی اس

حدت پر ایک وقت میں نہیں پہنچتی، بیرونی پرت پہلے پہنچتے ہیں اور فساد کی عمل جیسے جیسے بڑھتا ہے پیکر پذیر حالت محور کی طرف پھیلتی ہے۔ نقطہ مغلوبیت ایک تیلی کھوکھلی نلی کی صورت میں زیادہ صفائی سے مشابہت میں آئیگا۔ چونکہ تراش میں کوئی قابل لحاظ گھٹاؤ واقع نہیں ہوتا اس لیے منحنی میں ویسا کوئی ”جھوک“ نہیں ہوتا جیسا کہ منحنی امتحان میں مقامی مکرکڑ کی وجہ سے ہوتا ہے۔ لیکن منحنی فساد کے محور یعنی اساس کے تقریباً متوازی ہو جاتا ہے جس سے معلوم ہوتا ہے کہ شے تقریباً کامل پیکر پذیر ہو گئی ہے۔ ایسی صورت میں جزی زور کی حدت سلاخ کے محور سے فاصلے کے تناسب ہونے کی بجائے تراش پر تقریباً یکساں ہوتی ہے اور مرد کے معیاریت اور جزی زور کی انتہائی حدت نہ اور نصف قطر سے یا قے میں ربط (۱) وضع ۱۰۹ کی بجائے حسب ذیل ہوتا ہے :-

$$ت = ۲۱۰ \text{ نچ } \text{ زور } = ۲۰۰ \text{ نچ } \text{ سٹا یا } ۲۰۰ \text{ نچ } ۲$$

شکستگیاں۔ متدد اشیا میں شکستگی عموماً تقریباً مستوی اور مرد کے محور کے علی القوائم ہوتی ہے۔ جھوک اشیا میں جیسا کہ دھلا لو ہے جن میں مرد کے تحت شکستگی سٹاؤ کی وجہ سے واقع ہوتی ہے شکستگی کی سطح استوائی سطح کو ایک منظم مرغولے میں ملتی ہے جو نمونے کے محور سے ۵۴° کا میلان رکھتا ہے کیونکہ یہ سمت منحنی خاص زور کی سمت کے علی القوائم ہوتی ہے (دیکھو صفحات ۸ اور ۱۰۸ اور شکل ۱۱۹)۔

دیگر مظاہر۔ زور کی وجہ سے نقطہ مغلوبیت کا بڑھ جانا، حدت کے ساتھ لچک کی بازیابی، اور اسی طرح کے دیگر اثرات جو ابتدائی نقطہ مغلوبیت سے زیادہ فساد کے تحت آئی ہوئی اشیا میں ظاہر ہوتے ہیں وہ جس طرح سٹاؤ کے تجربات میں ظاہر ہوتے ہیں مرد کے فساد میں بھی تقریباً اسی طرح مشاہدے میں آتے ہیں۔ اس قسم کے متفرق تجربات کا ایک بیان ڈاکٹر کوکس کا مکتبہ ہوا

Phil. Trans. Roy. Soc. of Edinburgh, Vol. XI. Part ii. No. 14.

میں لینگا۔

۱۱۶۔ مروڑ کی بازگشتگی۔ اگر کسی شے میں جزی زور کی

ایک یکساں حدت ج ہو تو اس کی پچکار فسادی توانائی

$$\frac{1}{\pi} \times \frac{J}{S}$$

فی اکائی حجم ہوتی ہے (دفعہ ۹۵)۔ اب اگر ایک ٹھوس دھڑے پر غور کیا جائے جس میں لمب کی حد کے اندر مروڑ کا فساد واقع ہو تو نصف قطر ر، موٹائی فر، اور طول ل کے ایک پتلے ٹوائے حصے کی جزی بازگشتگی

$$= \frac{1}{\pi} \times \frac{J}{S} \times \pi r^2 l \text{ فر}$$

$$ج = \frac{1}{\pi} \times \frac{J}{S} \times \pi r^2 l$$

اور نہ بیرونی نصف قطر س پر جزی زور کی حدت ہے۔ اس طرح دھڑے کی مجموعی مروڑ کی بازگشتگی

$$= \frac{\pi l}{S} \times \frac{J}{\pi r^2 l} \times \pi r^2 l \text{ فر} = \frac{\pi l}{S} \times \frac{J}{\pi r^2 l} \times \pi r^2 l \text{ فر}$$

$$= \frac{\pi l}{S} \times \frac{J}{\pi r^2 l} \times \frac{J}{\pi r^2 l} \times \pi r^2 l \text{ فر} = \frac{\pi l}{S} \times \frac{J}{\pi r^2 l} \times \pi r^2 l \text{ فر} \dots (۱)$$

اسی طرح ایک کھوکھلے استوانی دھڑے کی مروڑ کی بازگشتگی جس کے بیرونی اور اندرونی نصف قطر علی الترتیب س، اور س، ہوں حسب ذیل ہوگی :-

$$= \frac{\pi l}{S} \times \frac{J}{\pi r^2 l} \times \pi r^2 l \text{ فر} = \frac{\pi l}{S} \times \frac{J}{\pi r^2 l} \times \pi r^2 l \text{ فر} \dots (۱)$$

$$= \frac{س^۱ + س^۲}{س^۱} \times \frac{۱}{س} \times \frac{ن}{س} \times \text{حجم} \dots\dots\dots (۲)$$

اگر س^۱، س^۲ کے قریب پہنچے یعنی اس صورت میں کہ نلی بہت پتلی ہو اور اس طرح جزی زور کی حدت تقریباً یکساں ہو بازگشتگی کی قیمت $\frac{۱}{س} \times \frac{ن}{س}$ فی اکائی حجم کے قریب آئیگی۔

اگر (۱) اور (۲) میں نہ جزی زور کی لچک کی حد کو تعبیر کرے تو اوپر کے جملوں کو دفعہ ۴۲ کے طریق تسمیہ کے مطابق مروڑ کی برداشتنی بازگشتگی کہا جاسکتا ہے۔

اوپر کے نتائج حاصل کرنے کا ایک متبادل طریقہ یہ ہوگا کہ مروڑ میں کیے ہوئے کام کے یعنی مروڑ کے معیار اور مروڑ کے زاویے کے حاصل ضرب کے نصف کے جملے

$$\frac{۱}{س} \times \text{ت} \times \text{ط}$$

میں ت اور ط کی قیمتیں ٹھوس اُستوانی دھڑے کے لیے دفعہ ۱۰۹ کی مساواتوں (۱) اور (۳) سے اور کھوکھلے دھڑے کے لیے متناظر قیمتیں دفعہ ۱۱۱ سے مندرج کریں۔

یہ طریقہ دیگر تراشوں کے لیے بھی موزوں ہے جن میں زور کی تقسیم اتنی سادہ نہیں مثلاً مربع دھڑا - دفعہ ۱۱۲ کے ضابطوں (۱) اور (۲) کو استعمال کرنے سے بازگشتگی

$$\frac{۱}{س} \times \text{ت} \times \text{ط} = \frac{۱}{س} \times ۱۱۱ \times \frac{\text{ت} \times \text{ط}}{س} = \frac{۱۱۱ \times \text{ت} \times \text{ط}}{س^۲} \times \frac{۲۰۸}{س} \times \frac{۲}{س} \times \frac{ن}{س} \times \text{حجم}$$

$$= ۱۵۴ \times \frac{ن}{س} \times \frac{۲}{س} \times \text{حجم} \dots\dots\dots (۳)$$

یہی طریقہ دفعہ ۱۱۲ میں دی ہوئی دوسری تراشوں کے لیے بھی اختیار کیا جاسکتا ہے۔

۱۱۶۔ مرغولی کمائیاں، تنگ لچھے دار۔

(۱) محوری بوجھ — اگر ایک مرغولی کمائی ایسی تنگ لپیٹی ہوئی ہو کہ ہر ایک لچھا تقریباً ایک مستوی میں ہو جو مرغولے کے محور کے علی القوائم ہو تو جب کمائی پر ایک محوری کھینچ یا دھکیل عمل کرنے سے تو سمجھا جاسکتا ہے کہ کمائی کے مادے میں صرف مروڑ کا عمل ہو رہا ہے۔ مرغولے کے تار پر مروڑ کا معیار محوری قوت اور اس استوانی سطح کے نصف قطر کا جس میں مرغولہ یعنی تار کا مرکزی خط واقع ہے (یعنی لچھوں کے اوسط نصف قطر کا) حاصل ضرب ہوگا۔ اگر مرغولہ ”تنگ لچھے دار“ نہ ہو تو محوری قوت سے تار کے مروڑ کے علاوہ لچھوں کا خماد بھی واقع ہوتا ہے اور بہر صورت تار کی ہر تراش پر مروڑ سے پیدا ہونے والے جز کے علاوہ ایک اور جزئی قوت محوری بوجھ کی وجہ سے ہوگی۔ لیکن اکثر صورتوں میں مروڑ کا فساد خماد یا جز کے اثرات سے اتنا زیادہ ہوتا ہے کہ مروڑ کے سوا دوسرے فسادات کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ ایک تنگ لچھے دار مرغولے پر غور کرو جس کے لچھوں کا اوسط نصف قطر r ہے اور جو قطر کے $2r$ دور تار سے بنا ہے اور فرض کرو کہ اس پر ایک محوری بوجھ W ہے جو فرض کرو کہ متشی ہے (دیکھو شکل ۱۵۲)۔ فرض کرو کہ مکمل لچھوں کی تعداد n ہے اور تار کا مجموعی طول L ہے یعنی لچھوں کے تنگ ہونے کی وجہ سے

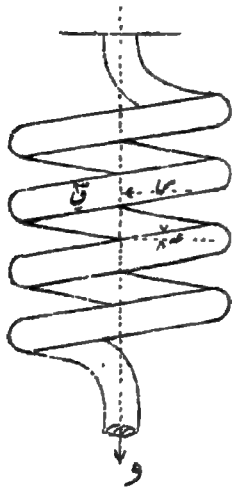
$$L = \pi r n \quad (\text{تقریباً})$$

اور فرض کرو کہ استواری کا معیار یا جزئی مقیاس پونڈ فی مربع انچ میں S ہے۔ پورے تار پر ایک مروڑ کا معیار

$$D = \frac{W}{S}$$

عمل کر رہا ہے اور اگر ایک سرا مضبوط ثابت ہو تو دوسرا ایک زاویہ طہ میں گھومے گا (دفعہ ۱۰۹ مساوات (۳) -

$$\text{طہ} = \frac{\text{ت ل}}{\text{س جا}} = \frac{\text{۳۲ ت ل}}{\text{۳۳ ق س}} = \frac{\text{۳۲ و س ل}}{\text{۳۳ ق س}} \text{ نیم قطری (۱)}$$



شکل ۱۵۴

یا $\frac{\text{ت ل}}{\text{س جا}}$ نیم قطری فی اکائی طول -

اس طرح آزاد سرے پر ایک محوری حرکت ہوگی جو آسانی سے اس طرح سمجھ میں آسکتی ہے کہ مجموعی طول کے کسی چھوٹے حصے کے دونوں سروں پر کی مروڑ کے فرق کی وجہ سے آزاد سرے کی جو محوری حرکت ہوتی ہے اس پر غور کریں اور پھر چونکہ ایک سرا ثابت ہے اس لیے ساری محوری حرکت آزاد سرے پر واقع ہونی چاہیے۔ اگر آزاد سرے کی محوری حرکت یا انصراف صہ ہو تو

$$\text{صہ} = \text{سما} \times \text{طہ} = \frac{\text{۳۲ و س ل}}{\text{۳۳ ق س}} \text{ یا } \frac{\text{۴۳ و س ل}}{\text{۳۳ ق س}} \text{ انچ (۲)}$$

اس کو نہایت آسانی سے اس طرح بھی حاصل کر سکتے تھے کہ مروڑ کی بازگشتگی یعنی مروڑ کے معیار کے کیے ہوئے کام کو بیرونی کام کے مساوی رکھیں جو محوری قوت اور انصراف کی رقوم میں بیان کرنا چاہیے۔ اس طرح

$$\frac{1}{4} \times \text{صہ} = \frac{1}{4} \text{ ت ل} = \frac{1}{4} (\text{و س ل}) = \frac{\text{۳۲ و س ل}}{\text{۳۳ ق س}} \text{ (۳)}$$

$$\text{صہ} = \frac{\text{۳۲ و س ل}}{\text{۳۳ ق س}} \text{ یا } \frac{\text{۴۳ و س ل}}{\text{۳۳ ق س}} \text{ (حسب سابق)}$$

اور

بازگشتگی اینچ پونڈوں میں حسب ذیل ہے:-

$$\frac{14}{33} \text{ ق}^2 \text{ س}^2 \text{ ل} \text{ یا } \frac{1}{3} \text{ ق}^2 \text{ س}^2 \times \text{جھم (دفعہ ۱۶ کی طرح)}$$

کیونکہ $\frac{14}{33} \text{ ق}^2 \text{ س}^2$ و سہ دفعہ ۱۰۹ مساوات (۱) کی طرح -

کھوکھلی مدور تراش کی یعنی ٹلی کی بنی ہوئی لکائی کے انصراف اسی طرح دفعہ ۱۱۱ کی مساواتوں (۱) اور (۲) کی مد سے حاصل ہو سکتے ہیں۔

لکائی کی صلابت کی (پونڈوں میں) یہ تعریف کی جاسکتی ہے کہ یہ قوت فی اکائی انصراف ہے اور و ایک پونڈ ہو تو $\frac{1}{33}$ کے مساوی ہے۔ اگر اوپر کے ضابطوں میں طوی لکائی اینچ ہو (جیسا کہ عام طور پر ہوتا ہے) تو قوت فی فٹ انصراف کو ص لیا جاسکتا ہے جہاں

$$\text{ص} = \frac{33 \text{ ق}^2 \text{ س}^2}{33 \text{ ق}^2 \text{ س}^2} = \frac{33 \text{ ق}^2 \text{ س}^2}{33 \text{ ق}^2 \text{ س}^2}$$

جس کی اکائیاں وہی ہیں جو ارتعاشوں کی حرکیات کی بحث میں عام طور پر مشتمل ہیں۔

مربع تراش کی صورت میں

$$\text{ص} = \text{س} = \frac{\text{س}^2 \text{ ل}}{\text{س}^2 \text{ ل}} = \frac{\text{س}^2 \text{ ل}}{\text{س}^2 \text{ ل}}$$

اور بازگشتگی دفعہ گزشتہ کی طرح ۱۵۴، $\frac{1}{33}$ فی اکائی جھم ہوگی۔

یہ دیکھنا دلچسپی سے خالی نہیں کہ اوپر کی تمام صورتوں میں جزی زور کی ایک دی ہوئی حدت کے لیے بازگشتگی فی اکائی جھم اُس سے بہت زیادہ ہوتی ہے جو یکساں تناؤ کے لیے یا خمیدہ شہتیریں۔ است زور کی اسی عددی حدت کے لیے (دفعہ ۹۳) حاصل ہوتی ہے اور اس کی وجہ یہ ہے کہ فولاد کے لیے س کی قیمت سے کی تقریباً صرف $\frac{1}{3}$ ہوتی ہے اور عددی

بھی مروڑ میں خاؤ سے زیادہ ہے کیونکہ اکثر صورتوں میں جو عام طور پر واقع ہوتی ہیں اشیاء میں مروڑ میں زور زیادہ یکساں ہوتا ہے۔ جس فولاد سے بالعموم کمانیاں بنائی جاتی ہیں اس کی لچک کی حد اعلیٰ ہوتی ہے اور اس کے تناسب سے فساد کی توانائی جمع کرنے کی قابلیت بھی زیادہ ہوتی ہے۔ پھوٹے تار کمانیوں کے لیے مناسب طور پر آب دادہ ہوں تو ان کے لیے جزیئی زور کی بے خطر کامی قیمت ۲۰ ٹن فی مربع انچ سے اونچی ہوتی ہے۔

(ب) محوری مروڑ۔ اگر ایک تنگ لکھے دار کمائی کو ایک سرے پر ثبات کیا جائے اور مروڑے کے محور کے گرد ایک مروڑ کا جفت مر لگایا جائے تو آزاد سرا جس پر یہ جفت لگایا جاتا ہے ایک مقدار کے بقدر مروڑا جاتا ہے جو اس جفت کے متناسب ہوتی ہے۔ لچھوں کے خفیف ترچھے پن کو نظر انداز کریں تو ایک یا متعدد لچھوں پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ مروڑے کے تار کو ہر عمادی تراش پر ایک خمائو کے معیار ہر کی مزامت کرنی ہوتی ہے جو مروڑے کے لچھوں کو اور زیادہ مروڑا یا کھولنا چاہتا ہے یعنی ان کے انخما کو بڑھانا یا گھٹانا چاہتا ہے۔ لحاظ اس کے جفت کس سمت میں لگایا گیا ہے اگر ہم بطور ایک تقرب کے یہ فرض کریں کہ لچھے جن کا ابتدائی انخما خاصاً ہے ایک شہتیر کا عمل کرتے ہیں جس کا ابتدائی انخما صفر ہو اور یہ کہ دفعات ۶۱ اور ۶۳ کے ربط درست رہتے ہیں تو

خمار کا معیار = آسے × (انخما کی تبدیلی) (۴)

جہاں آتش کا معیارِ جمود تراش کے تعدیلی محور کے گرد ہے جو تراش کے مرکزِ ہندی میں سے گزرتا ہے اور مرفوعے کے محور کے متوازی ہے۔ اگر لیچے کا نصف قطر، تار کے تراشی ابعاد سے بہت بڑا ہو تو اوپر کا مفروضہ بہت قریباً صحیح ہے (دیکھو دفعہ ۱۲۹)۔ اگر خاؤ کا معیارِ اخٹا کو بڑھائے اور لیچوں کا اوسط نصف قطر میں سے گھٹ کر رہا ہو جائے اور ان کی تعداد n سے بڑھ کر n ہو جائے تو $\pi^2 n$ $\pi^2 n$ $\pi^2 n$ اور

$$(۵) \dots\dots\dots \frac{\pi^2 \text{ آے } (ن - ن)}{ل} = \left(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۱۶} \right) \text{ آے}$$

اور آزاد سرے کا مجموعی مروڑ نہ نیم قطریوں میں

$$(۶) \dots\dots\dots \frac{\text{مل}}{\text{آے}} = (ن - ن) \pi^2 \text{ (نیم قطری)}$$

یہ نتیجہ بازگشتگی سے آسانی سے نکالا جاسکتا ہے کیونکہ مساوات (۷) دفعہ ۹۳ سے

$$(۷) \dots\dots\dots \frac{\text{مل}}{\text{آے}} = \frac{۱}{۴} \text{ مر نہ}$$

$$\text{اس لیے} \quad \frac{\text{مل}}{\text{آے}} = \text{نہ}$$

انہما کی تبدیلی یعنی مزید موڑ فی اکائی طول

$$\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۱۶} \text{ یا } \frac{\text{فر نہ}}{\text{فر ل}}$$

سارے طول میں یکساں ہے اور (۵) یا (۶) سے اس کی مقدار $\frac{\text{مل}}{\text{آے}}$ ہوگی۔

ٹھوس مدور تراش اور قطرق کے تار کے لیے (۶) حسب ذیل ہو جاتی ہے :-

$$(۸) \dots\dots\dots \frac{\text{مل}}{\text{آے}} = \frac{۱۲۸}{۳} \text{ یا } \frac{۱۲۸}{۳} \text{ مر سمان نیم قطری}$$

اور خماؤ کے راست زور کی حدت کی انتہائی قیمت

$$(۹) \dots\dots\dots \frac{\text{مل}}{\text{آے}} = \frac{۳۲}{۳} \text{ ز}$$

ضلع ض کی مربع تراش کے لیے (۶) حسب ذیل ہوگی :-

$$(۱۰) \dots\dots\dots \frac{۱۲ \text{ مل یا } \pi ۲۳ \text{ سران}}{۷ \text{ ض}} = \text{فہ}$$

$$(۱۱) \dots\dots\dots \frac{۶ \text{ م}}{۳ \text{ ض}} = \text{ز} \quad \text{اور}$$

بازگشتگی — مدور تراش کے لیے بازگشتگی یہ ہے :-

$$\frac{۱}{۲} \text{ م، فی اکائی حجم}$$

اور مستطیلی تراش کے لیے

$$\frac{۱}{۴} \text{ م فی اکائی حجم (دیکھو دفعہ ۹۲)}$$

۱۱۸۔ کشادہ پچھوں کی مرغولی کمائی —

(۱) محوری بوجھ و — دفعہ گزشتہ کی ترقیم کے ساتھ فرض کرو کہ لچھے مرغولے کے محور کے علی القوائم مستویوں سے ہر جگہ زاویہ ۹۰ بناتے ہیں (دیکھو شکل ۱۵۵) جس کا مستوی اُس استوائی سطح کا جس میں تار کا مرغولی مرکزی خط واقع ہے ایک مماثل مستوی ہے) - تب ان پچھوں کا طول

$$ل = \pi ۲ \text{ سران قطعہ}$$

اب محوری قوت و کا لا کے گرد کا پر کی عادی تراش پر جو معیار و م ہے اس کو دو معیاروں میں تحلیل کیا جاسکتا ہے :

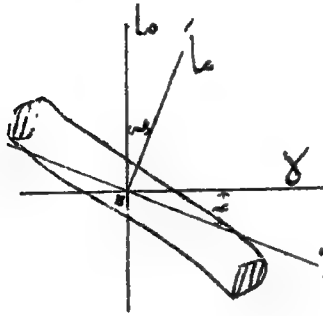
$$ت = و م حجم$$

اور

$$م = و م جابجہ$$

پہلے جزو تحلیلی سے لا کے گرد ایک مروڑ کا معیار تار کے مرکزی خط پر

ماساً حاصل ہوگا اور دوسرے سے ۵ ما کے گرد ایک خاد کا معیار حاصل ہوگا جو تار کے محور کے علی القوائم اور شکل ۱۵۵ کے مستوی میں ہوگا۔



اگر صرف محوری طول مطلوب ہو تو اسے نہایت آسانی سے فادی توازی کے ذریعے دفعہ گزشتہ کے (۳) اور (۴) کی مدد سے نکالا جاسکتا ہے۔ قطر کے ایک مدور تار کے لیے

$$\frac{1}{2} \text{ و صہ } = \frac{1}{2} \text{ ت طہ } + \frac{1}{2} \text{ م ر قہ } \quad \text{شکل ۱۵۵}$$

$$(۱) \dots\dots\dots \frac{1}{2} \text{ م ر قہ } + \frac{1}{2} \text{ ت طہ } = \dots\dots\dots$$

بہا ل طہ اور قہ آزاد سرے کے زاویہ ہٹاؤ ایسے محوروں کے گرد ہیں جیسے کہ علی الترتیب ۵ لا اور ۵ ما ہیں۔ اس طرح

$$\text{و صہ} = \frac{\text{ل و م ر قہ}}{\text{س جا}} + \frac{\text{ل و م ر قہ}}{\text{س جا}}$$

اور —

$$\text{صہ} = \text{ول م ر قہ} \left(\frac{\text{جمہ}}{\text{س جا}} + \frac{\text{جبہ}}{\text{س جا}} \right) \text{ یا } ۲ \text{ و م ر قہ } \pi \text{ و م ر قہ } \text{ قطعہ}$$

$$(۲) \dots\dots\dots \left(\frac{\text{جمہ}}{\text{س جا}} + \frac{\text{جبہ}}{\text{س جا}} \right)$$

$$\text{صہ} = \frac{۳۲ \text{ ول م ر قہ}}{\pi \text{ قہ}} \left(\frac{\text{جمہ}}{\text{س جا}} + \frac{\text{جبہ}}{\text{س جا}} \right) = \frac{۶۴ \text{ و م ر قہ } \pi \text{ قطعہ}}{\text{قہ}}$$

$$(۳) \dots\dots\dots \left(\frac{\text{جمہ}}{\text{س جا}} + \frac{\text{جبہ}}{\text{س جا}} \right)$$

جو عدہ = کے لیے نتیجہ (۲) دفعہ ۱۱۷ کی شکل اختیار کر لیتا ہے، $\frac{س}{۵} = \frac{۲}{۵}$ لیا جائے تو ترجمہ پن کے اثر سے انصاف تنگ پیٹے ہوئے مرغولے (عدہ = ۰) کے مقابلے میں جس کا یہی طول ل ہو ٹھوس مدور تراش کے تار کی صورت میں عدہ = ۱۰ کے لیے ۱۰ فی صدی سے کم گھٹاؤ اور عدہ = ۴۵ کے لیے تقریباً ۱۰ فی صدی گھٹاؤ ہوتا ہے۔ بعض دوسری تراشوں میں اس سے بہت زیادہ اثر ہوتا ہے۔ غیر مدور تراشوں کے لیے (۱) میں $\frac{س}{۵}$ کی بجائے طہ کی وہ

قیمت استعمال کرنی چاہیے جو دفعہ ۱۱۲ میں دی ہوئی ہے۔
 محور ہ ما کے گرد جو خاؤ کا عمل ہے وہ اور ہ لا کے گرد کی مروڑ، دونوں کمائی کے آزاد سرے کو مرغولے کے محور کے گرد گردش دیتے ہیں۔ اگر یہ گردش مطلوب ہو تو اس کو اس طرح اخذ کر سکتے ہیں کہ ہ پر کے ایک پھوٹے طول فرل کی ہ لا اور ہ ما کے گرد گردشوں کے اجزائے تحلیلی ہ لا اور ہ ما کے گرد حاصل کیے جائیں۔ اگر ہ کو اس صورت کے لیے مثبت لیا جائے کہ پھول کی تعداد بڑھے یعنی اسنا بڑھے تو ہ لا کے گرد مروڑ کی وجہ سے گردش

$$\text{فرہ} = \frac{\text{و ما} \times \text{جم} \times \text{فل}}{\text{س جا}} \quad (۴) \dots\dots\dots$$

اور ہ ما کے گرد اس کا جزو تحلیلی مثبت ہے اور حسب ذیل ہے :-

$$\frac{\text{و ما} \times \text{فل} \times \text{جم} \times \text{جیب} \times \text{عدہ}}{\text{س جا}} \quad (۵) \dots\dots\dots$$

ہ ما کے گرد خاؤ منفی ہے (یعنی پھول کو کھولتا ہے) اور حسب ذیل

منفرہ ۳۲

ہے :-

$$\text{فرہ} = - \frac{\text{و ما} \times \text{جیب} \times \text{فل}}{\text{س جا}} \quad (۶) \dots\dots\dots$$

اور ۵ ما کے گرد اس کا جزو تحلیلی

$$- \frac{و س \times فرل \times جب عہ جم عہ}{آے} \dots \dots \dots (۷)$$

ہے۔ اس طرح ۵ ما کے گرد مجموعی گردش

$$فرزہ = و س \times فرل \times جب عہ جم عہ (س جا - \frac{۱}{آے}) \dots \dots (۸)$$

اور تمام مساوی طولوں فرل کے لیے یہ گردش فرزہ مساوی ہوگی یعنی $فرزہ = مستقل$

اور اس طرح

$$فہ = و س ل جب عہ جم عہ (س جا - \frac{۱}{آے}) \text{ یا } ۳۲ و س ل جب عہ$$

$$(س جا - \frac{۱}{آے}) \dots \dots \dots (۹)$$

جو کسی دیے ہوئے طول ل اور عمودی تراش کے لیے صریحاً اس وقت اعظم ہوگا جب کہ $۲۵ =$

اسی طرح اجزائے ترکیبی لینے سے ٹکڑے فرل سے ۵ لاکے گرد جو گردش حاصل ہوگی اُس کی مدد سے مجموعی گردش طہ = $\frac{صہ}{سرا}$ حاصل ہوگی اور انصراف

$$صہ = سہ طہ = و س ل سہ (س جا + \frac{جم عہ}{آے}) \text{ جو } (۲) \text{ کے مطابق ہے۔}$$

تطرق کی ٹھوس مدور تراش کے لیے

$$فہ = ۳۲ و س ل جب عہ جم عہ (س جا - \frac{۲}{آے}) \text{ یا } ۶۴ و س ل جب عہ$$

$$(س جا - \frac{۲}{آے}) \text{ نیم تطری } \dots \dots \dots (۱۰)$$

جو $\frac{س}{س} = \frac{۲}{۵}$ کے لیے صریحاً مثبت ہے۔

غیر مدور تراشوں کے لیے اوپر کے جملوں میں $\frac{۱}{۳}$ کی بجائے $\frac{۱}{س}$ کے وہ عددی سر استعمال کرنے چاہئیں جو دفعہ ۱۱۲ کی مساواتوں (۲)، (۳)، اور (۴) میں دیے گئے ہیں۔ ایسی تراشوں میں، جیسے کہ ناقص اور مستطیل ہیں جن کے خاص عمودی ابعاد بہت نامساوی ہوں، مروڑ اور خمیدگی کی صلابتوں میں بہت فرق ہو سکتا ہے لیکن مدور تراشوں میں اگر

$\frac{س}{س} = \frac{۲}{۵}$ لیا جائے تو

$$\frac{س}{س} = \frac{۳}{۵}$$

ایسی چمکی ہوئی تراشوں میں گردش نہ مدور تراش سے بہت زیادہ ہو سکتی ہے اور مثبت یا منفی ہو سکتی ہے۔

صفحہ ۲۲۲

اعظم خاص زور کی حدت مساوات (۳) دفعہ ۱۱۳ سے معلوم ہو سکتی ہے۔ زور کا جزو ترکیبی نہ ایک خاکو کے معیار و ما جب عد سے اور جزو ترکیبی نہ ایک مروڑ کے معیار و ما جم عد سے پیدا ہوتا ہے۔ (غیر مدور تراشوں کے لیے نہ دفعہ ۱۱۲ کے مطابق محبوب ہوگا)۔ مدور تراشوں کے لیے خاص زور مساوات (۴) دفعہ ۱۱۳ کی رُو سے حسب ذیل ہو جاتا ہے:-

$$۱ = \frac{۱۶}{۳ ق ۳} و ما (۱ + جب عد) \dots \dots \dots (۱۱)$$

جزی زور کی اعظم حدت حسب ذیل ہے:

$$\frac{۱۶}{۳ ق ۳} و ما ۱ جم عد + و ما ۱ جب عد = \frac{۱۶ و ما ۱}{۳ ق ۳}$$

جو بالکل تنگ لیچہ دار کمافی کی طرح ہے۔

(۲) صوری پیمندگی۔ ہمارے گرد جو معیار ہے (جس کو ثابت سمجھا جائیگا اگر وہ فہ کو بڑھائے یعنی لپھوں کے انخا کو بڑھائے) اس کو حسب سابق دو اجزا میں تحلیل کیا جاسکتا ہے ایک ہمارے گرد مرجم عہ اور ایک ہمارے گرد مرجب عہ اور اس طرح باز نشی کی مساوات حسب ذیل ہوگی :-

$$\frac{1}{4} \text{ مرہ } = \frac{1}{4} \text{ ل مرہ جم } + \frac{1}{4} \text{ ل مرہ جب } \dots\dots\dots (۱۲)$$

$$\text{ذیل م} = \left(\frac{\text{جیبہ}}{\text{س ح ا}} + \frac{\text{جزمہ}}{\text{اے}} \right) \pi r = \text{س ا م ق ط ع}$$

$$(۱۳) \dots\dots\dots \left(\frac{\text{جہاں}}{\text{سہا}} + \frac{\text{جہاں}}{\text{سہا}} \right)$$

اس میں غیر مدور تراشوں کے لیے جا میں حسبِ سابق دفعہ ۱۱۲ کے مطابق ترمیم کرنی ہوگی۔ طرق کے مدور تار کے لیے

$$\text{فه} = \frac{\text{م} ۳۲}{\text{ق} ۳۲} = \left(\frac{\text{ج} ۲}{\text{س}} + \frac{\text{ج} ۲}{\text{ع}} \right) \frac{\text{م} ۳۲}{\text{ق} ۳۲} = \text{ن} ۶۲ \text{ منقطع}$$

$$(۱۲) \dots\dots\dots \left(\frac{\text{جب}^۲}{س} + \frac{\text{جم}^۲}{ع} \right)$$

جوعہ =۔ کے لیے نتیجہ (۸) دفعہ، ۱۱ کی شکل اختیار کر لیتا ہے۔

س = $\frac{1}{2}$ یا جائے توتار کے ایک ہی طول کے لیے فہ کی
 قیمت ع = ۱۰ کے مقابلے میں ع = ۱۰ کے لیے ا فی صدی زیادہ اور
 ع = ۲۵ کے لیے $1\frac{1}{2}$ فی صدی زیادہ ہوتی ہے۔

جفت مرے پیدا ہونے والا محوری تپوں گردشوں کو حسب سابق تحلیل کرنے سے حاصل ہوگا۔ مدور تراشوں کے لیے نتیجہ حسب ذیل ہے :-

ص = مل سراجب عد جم عد (س جا - $\frac{1}{2}$) (۱۵)

اس طرح تعلق کے ٹھوس مدد تار کے لیے

$$\text{ص} = \frac{\pi^2 \text{ ل}}{3 \text{ ق}} \text{ جب ص جم ص} \left(\frac{1}{\text{س}} - \frac{2}{\text{ے}} \right) \text{ یا } \frac{92 \text{ ص}}{3 \text{ ق}} \text{ ل جب ص}$$

$$\left(\frac{1}{\text{س}} - \frac{2}{\text{ے}} \right) \dots \dots \dots (16)$$

حصادات (۱۵) میں غیر مدد و تراشوں کے لیے ترمیم حسب سابق ہوگی۔

دفعہ ۱۵ میں جو مختلف ضابطے حاصل کیے گئے ہیں ان کو صرف تقریبات سمجھا جائے کیونکہ ص اور ص کو مستقل سمجھا گیا ہے۔ دراصل یہ متغیر ہوتے ہیں اور محوری طول کی تبدیلی سے اور مرد سے بدلتے ہیں جیسا کہ صریحی ربط

$$\begin{aligned} \text{لے کا محوری طول} &= \text{ل جب ص} \\ \pi^2 \text{ ل} &= \text{ص ل جب ص} \end{aligned}$$

اور

ص ظاہر ہے۔

الضرات ص محوری طول کی تبدیلی ہے اور مرد ص $\pi^2 \text{ ل}$ کی تبدیلی ہے۔ خفیف الضرافوں اور مردوں کے لیے ص اور ص کی تبدیلیوں کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے اور دیے ہوئے ضابطے تقریباً ٹھیک ٹھیک ہوتے ہیں۔

مثال ۱۔ ایک تنگ پچے دار مرغولی گانڈا ۱۰ انچ کے گول فولادی تار کی بنا ہوئی ہے اور اس کے دائرے میں جن کا اوسط قطر ۱۰ انچ ہے۔ اگر گانڈا ۳۰ پونڈ کا محوری بوجھ اٹھائے تو تار مرد کے زور کی حدت اور باز کشی کی تکب ۱۰ انچ معلوم کرو۔ $\text{س} = 30000$ ۔ آیلوٹنی مبرج ۱۰ انچ۔

تار کے حور کے گرد مرد کا میار

$$30000 \times 10 \times 30$$

اس طرح مروڑ کا زاویہ

$$\frac{92}{25} = \frac{10 \times \pi \times 10 \times 200}{\frac{\pi}{32} \times \frac{1}{14} \times 70 \times 12} =$$

اور انصاف

$$3 \frac{2}{15} = 5 \times \frac{92}{25} =$$

جزی زور کی حدت

$$8150 = \frac{8 \times 14 \times 200}{\pi} = \text{نچ}$$

بارگشتگی فی کعب انچ

$$1638 = \frac{8150 \times 8150}{60 \times 12} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} =$$

مثال ۲۔ اگر شمال اکی کمائی پر ۱۲۵ پونڈ انچ کی ایک محوری پچیدگی لگائی جائے تو محوری مروڑ، خاؤ کے زور کی حدت، اور جسے شدہ کام فی کعب انچ معلوم کرے۔

$$= 60 \times 30 = \text{پونڈ فی مربع انچ}$$

مروڑ کا زاویہ

$$\frac{92}{150} = \frac{14 \times 92 \times 10 \times \pi \times 10 \times 125}{\pi \times 60 \times 30} = \frac{\text{مرل}}{3} =$$

$$23535 = \text{دوجے}$$

خاؤ کے زور کی حدت

$$10180 = \frac{8 \times 125 \times 32}{\pi} = \frac{32}{\pi} = \text{ز}$$

اور بارگشتگی فی کعب انچ

$$2432 = \frac{10 \times (10180)}{60 \times 30 \times 8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} =$$

مثال ۳۔ ایک مرغولہ وار کمافی میں دس لچے ہیں جن کا قطر ۱۰ انچ ہے اور جو $\frac{1}{4}$ انچ کے گول فولادی تار کے بنے ہیں۔ اگر مرغولہ محور سے ۶۰ کا زاویہ بنائے (یعنی ۳۰°) تو ۳۰ پونڈ کے محوری بوجھ کے تحت محوری انصراف اور آزاد سرے کا مرور معلوم کرو۔ نیز فولاد کے اندر زور کی اعظم حدت کا تخمینہ کرو۔

فہم ۲۲۳

مثال ۱ کی سادہ تر صورت کے نتائج اور دفعہ ۱۱۸ کی مساوات (۳) کے

استعمال سے

$$مد = ۳۰ \times \frac{۲}{۱۵} + (۳۰ \times \frac{۲}{۲۵۵}) \text{ جب } ۳۰.۲$$

$$= \frac{۶۲}{۱۵} \times ۱۵۱۵۵ = (۶۲ + ۶۴۵) = ۷۰۷$$

(دیکھو تار کا طویل مثال ۱ سے ۱۵۵۵ فی صدی زیادہ ہے)۔ اور مساوات (۱۰)

دفعہ ۱۱۸ سے

$$ف = \frac{۱۹ \times ۱۰ \times ۲۵ \times ۳۰ \times ۱۲۸}{۶۰ \times ۱۲} \times \frac{۱}{۲} \times \left(\frac{۲}{۲۵۵} - ۱ \right)$$

$$= \frac{۶۲}{۳۴۵} \text{ نیم قطری} = ۹۶۸ \text{ درجے}$$

مساوات (۱۱) دفعہ ۱۱۸ سے اعظم خاص زور کی حدت

$$= \frac{۵ \times ۲۰ \times ۱۹}{۳} \times \left(۱ + \frac{۱}{۲} \right) = ۱۶۵ \times ۸۱۶۰ = ۱۳۴۴۰۰ \text{ پونڈ فی مربع انچ}$$

مثال ۳۔ ایک مرغولی کمافی ایک جھٹی فولادی پٹی کی بنی ہوئی ہے جو ۱ انچ چوڑی اور $\frac{1}{4}$ انچ موٹی ہے اور موٹائی مرغولے کے محور کے علی التواء ہے۔ لچھے پانچ ہیں جن کا اوسط قطر ۳ انچ ہے اور گھائی ۱۰ انچ ہے۔ اگر بالائی سر مضبوطی کے ساتھ ثابت ہو تو چیلے سرے کی گردش فی پونڈ محوری بوجھ کا تقریبی اندازہ لگاؤ۔
من اور سے کی وہ قیمتیں راجہ مثال ۱ اور ۲ میں دی گئی ہیں۔

اگر انقباضی محور کی صورت میں لچھے افق سے زاویہ ۹۰ بنائیں تو

$$مس\text{عہ} = \frac{گھائی}{اوسط محیط} = \frac{۱۰}{\pi \times ۳} = ۱.۰۹۶$$

اس لیے جب مس عہ = ۶۶۳

ایسا سادات (۹) دفعہ ۱۱۸ میں $\frac{۱}{۳}$ کی بجائے نتیجہ (۶) دفعہ ۱۱۲

یعنی $\frac{۳۰}{۱۲}$ جا کو استعمال کرنا چاہیے اور ایک مستطیل ض \times ق کے لیے

$$جا = \frac{۱}{۱۲} \text{ ض ق } (۲ \text{ ق } \times ۲) \text{ اس لیے}$$

$$جا = \frac{۱}{۱۲} \times \frac{۱}{۱۲} \times (۱۰۱) = \frac{۱۰.۱}{۱۲۰}$$

$$مس = \frac{۱}{۱۲}$$

$$\frac{۱۰.۱۰۰}{۳} = \frac{۱۰۰۰۰ \times ۱۰.۱ \times ۳۰}{۱۲۰} = \frac{۳۰}{۱۲}$$

$$نیز \quad \frac{۱}{۱۲۰۰۰} = \frac{۱}{۱۲} \text{ ض ق } = ۳$$

اس لیے سادات (۹) دفعہ ۱۱۸ سے ایک پونڈ محوری بوجھ کے لیے مروڑ کا زاویہ

$$ف = \frac{(۱۲۰۰۰ - \frac{۱۰۱۰۰}{۱۲ \times ۳}) \times ۶۶۳ \times ۵ \times ۳ \times \pi \times ۲}{۶۰}$$

$$= \frac{(۳۸۰۰ - ۳۳۶۶) \times ۶۶۳ \times ۵ \times ۳ \times \pi \times ۲}{۶۰ \times ۱۲}$$

$$= -۶۹۳۵ \text{ نیم قطری} = -۵۳۵ \text{ درجے}$$

منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ کمافی کھلتی ہے۔

مثال ۵۔ مروڑ فولاد کی ایک تنگ لچھے دار مرغولی کمافی کا وزن معلوم کرو جو ۵۰۰ پونڈ کے بے خطر بوجھ کو ۲ انچ کے قطول اور جزئی زور کی بے خطر مدت

..... ۵ پونڈ فی مربع انچ کے ساتھ برداشت کرنے کے لیے ضروری ہو۔ مس = 10×12 پونڈ
فی مربع انچ اور فولاد کا وزن ۲۸ پونڈ فی مکعب انچ ہے۔
برداشتی بازگشتگی فی مکعب انچ

$$\frac{1}{4} = \frac{\text{انچ}^2}{\text{مس}} = \frac{10 \times 2500}{10 \times 12 \times 3} = 5251 \text{ پونڈ}$$

$$\text{جمع شدنی کام} = 2 \times 500 \times \frac{1}{4} = 250 \text{ پونڈ}$$

$$\text{مطلوبہ حجم} = \frac{500}{5251} \text{ مکعب انچ}$$

$$\text{گمانی کام مطلوبہ وزن} = \frac{528 \times 500}{5251} = 2549 \text{ پونڈ}$$

سوالات نمبر ۱۰

۱۔ ایک فولادی دھڑے کا قطر ۳ انچ ہے، اور اس میں مروڑ ۵ فٹ طول میں
اُسے زیادہ نہیں ہونا چاہیے۔ اگر مس = ۵۲۰۰ ٹن فی مربع انچ تو یہ مروڑ کے زور کی کس
اعظم حدت کے متناظر ہوگا؟

۲۔ وہ مروڑ کا معیار معلوم کرو جو ایک ۳ انچ قطر کے دھڑے میں ... پونڈ
فی مربع انچ کا زور پیدا کرے گا۔ اگر مس = 10×12 پونڈ فی مربع انچ تو ۱۰ فٹ طول
میں مروڑ کا زور کیا ہوگا؟

۳۔ ۱۰۰ - ط کو ۶۰ چکر فی منٹ پر منتقل کرنے کے لیے دھڑے کا کتنا قطر
درکار ہوگا اگر اعظم پیمندگی اوسط سے ۳۰ فی صدی زیادہ ہو اور مروڑ کے
زور کی حد ۸۰۰۰ پونڈ فی مربع انچ ہو۔ اگر مس = 10×12 پونڈ فی مربع انچ تو
۱۰ فٹ طول میں مروڑ کا اعظم زاویہ کیا ہوگا؟

۴۔ اگر ایک ۳ انچ قطر کا دھڑا ۱۰۰ - ط کو ۱۵۰ چکر فی منٹ پر منتقل کرے
اور مروڑ کا اعظم معیار اوسط سے $\frac{1}{4}$ اگتا ہو تو مروڑ کے زور کی اعظم حدت

معلوم کرو۔

۵۔ ایک داسر کے دھڑے میں اعظم زور معلوم کرو جس کا بیرونی قطر ۱۶ انچ اور اندرونی قطر ۸ انچ ہے اور جس پر صرف ایک مروڑ کا معیار ۸۰۰ ٹن انچ عمل کرتا ہے۔ اگر ۵۲۰۰ ٹن فی مربع انچ تو قطر کے ۲۰ گنے طول میں مروڑ کتنا ہوگا۔

۶۔ سوال ۵ کے دھڑے کا مقابلہ ایک ٹھوس گول دھڑے سے جس کا طول اور وزن وہی ہو (۱) بلحاظ مروڑ کی پچکدار مضبوطی کے (۲) بلحاظ صلابت یا مروڑ کی استواری کے کرو۔

۷۔ سوال ۵ کے دھڑے کا مقابلہ ایک ٹھوس گول دھڑے سے جس کی مروڑ کی استواری وہی ہو (۱) بلحاظ وزن کے (۲) بلحاظ مضبوطی یا مروڑ کی مزاحمت کے معیار کے کرو۔

۸۔ ایک ۳ انچ قطر کے دھڑے کی ایک خاص تراش پر ۳۰۰۰۰ پونڈ انچ کا ایک مروڑ کا معیار اور ۳۰۰۰۰ پونڈ انچ کا ایک خاؤ کا معیار عمل کرتے ہیں۔ مادے میں راست زور کی اعظم حدت کیا ہوگی اور اعظم خاص زور کا دھڑے کے محور کے ساتھ میلان کیا ہوگا۔

۹۔ ایک ٹھوس دھڑے کا قطر کیا ہونا چاہیے کہ ۱۶۰ ٹن فٹ کے ایک مروڑ کے معیار اور ۴۰ ٹن فٹ کے ایک خاؤ کے معیار کو برداشت کرے اور اعظم راست زور ۴ ٹن فی مربع انچ تک محدود رہے۔ اس مطلب کے لیے ایک کھوکھلا دھڑا استعمال کیا جائے جس کا اندرونی قطر بیرونی قطر کا ۱/۶ ہو تو اس کا بیرونی قطر کیا ہونا چاہیے۔

۱۰۔ ایک ۲ ۱/۴ انچ قطر کے دھڑے پر ۶ ٹن انچ کا خاؤ کا معیار عمل کرتا ہے۔ اگر اس کو ۱۰۰ پکڑ فی منٹ پر چلایا جائے تو یہ کتنی اسپر طاقت منتقل کر سکتا ہے بغیر اس کے کہ اعظم راست زور ۵ ٹن فی مربع انچ سے زیادہ ہو۔

۱۱۔ ایک داسر کا ٹھوس تراش کا دھڑا ۱۰ انچ قطر کا ہے اور ۱۲۰۰ ٹن فٹ کو پکڑ فی منٹ پر منتقل کرتا ہے۔ اگر پیچ کا ڈھکیل ۱۰ ٹن ہو تو دھڑے میں فشاری زور کی اعظم حدت محسوب کرو۔ خاؤ کے زور قابل نظر اندازی ہیں۔

۱۲۔ اگر گزشتہ سوال میں ۱۰ ٹن فٹ کا ایک خاؤ کا معیار بھی موجود ہو تو

فشاری زور کی اعظم حدت معلوم کرو۔

۱۴۔ فولاد کی اینچ قطر کی ایک گول سلاخ جو ۵۰ اینچ فاصل کے دو نقطوں پر سہاری گئی ہے ۶۰ پونڈ کے ایک وسطی بوجھ کے تحت ۱۰۶ اینچ منصرف ہوتی جو اور ۱۰ اینچ پونڈ اینچ کے مروڑ کے معیار سے ۳۰ اینچ کے طول میں ۲۵۹۶ درجے مروڑی جاتی ہے تو اس کے لیے ۱۰ س اور پوائنٹ من کی نسبت معلوم کرو۔

۱۴۔ ایک تنگ بچھ دار مرغولی کمائی $\frac{1}{4}$ اینچ کے گول فولادی تار کی بنی ہوئی ہے جس کے ۱۰ لچھے ۳ اینچ اوسط قطر کے ہیں۔ ۱۲ پونڈ کے محوری بوجھ کے تحت اس کا انصراف معلوم کرو۔ (س = $10 \times 12 = 120$ پونڈ فی مربع اینچ)۔ تار میں جزی زور کی اعظم حدت کیا ہوگی اور کمائی کی صلابت پونڈ فی فٹ انصراف میں کیا ہے۔

۱۵۔ ایک تنگ بچھ دار مرغولی کمائی کو $\frac{1}{4}$ اینچ کے تار سے بنانا ہے (س = $10 \times 12 = 120$ پونڈ فی مربع اینچ) اور بس کو $\frac{1}{4}$ اینچ فی پونڈ بوجھ منصرف ہونا ہے۔ اگر پچھوں کا قطر ۳ اینچ ہو تو تار کا کتنا طول درکار ہوگا۔

۱۶۔ ایک تنگ بچھ دار کمائی $\frac{1}{4}$ اینچ مربع فولاد کی بنی ہے اور اس میں دس مکمل لچھے ۲ اینچ اوسط قطر کے ہیں۔ اعظم بے خطر بوجھ اور انصراف معلوم کرو۔

(س = $10 \times 12 = 120$ پونڈ فی مربع اینچ۔ اعظم بے خطر جزی زور ۵۰۰۰۰ پونڈ فی مربع اینچ)۔

۱۷۔ گول فولادی تار کی ایک تنگ پیٹی ہوئی مرغولی کمائی کا ضروری وزن معلوم کرو جو ۳۰ ٹن کے بے خطر بوجھ کو برداشت کرے اور اینچ کا انصراف ہو۔

(س = 5200 ٹن فی مربع اینچ۔ اعظم بے خطر زور ۲۵ ٹن فی مربع اینچ۔ فولاد کا وزن ۲۸ پونڈ فی مکعب اینچ)۔

۱۸۔ اگر گزشتہ سوال میں پچھوں کا اوسط قطر ۵ اینچ ہو تو ان کے گول تار کا طول اور قطر معلوم کرو۔

۱۹۔ سوال ۱۴ کی کمائی کو مرغولے کے محور کے گرد ۳۰ مروڑنے کے لیے کتنا مروڑ کا معیار درکار ہوگا۔ (س = $10 \times 30 = 300$ پونڈ فی مربع اینچ)۔

۲۰۔ ایک تنگ بچھ دار مرغولی کمائی کو مربع تراش کے فولاد سے بنانا ہے اور اس کو اس کے محور کے گرد ۵۰۰ پونڈ اینچ کا انتہائی جھٹ برداشت کرنا

اور اس کے تحت ۳۰ میں مروڑا جاتا ہے۔ کمانی کو بنانے کے لیے تار کے ضروری طرہ اور موٹائی کا تعینہ کرو۔ (۱) $10 \times 30 = 300$ پونڈ فی مربع انچ۔ خاکہ کا: 10000 پونڈ فی مربع انچ سے زیادہ نہ ہو۔

(۲) - ۳ انچ قطر کے ۱۰ مکمل لچھوں کی فولادی کمانیاں حسب ذیل تراشوں کی بنائی گئی ہیں: (۱) $\frac{1}{4}$ انچ قطر کی گول تراش (۲) ناقصی تراش $\frac{1}{4}$ انچ \times $\frac{1}{4}$ انچ، چھوٹا قطر لچھے کے محور سے نیم قطری سمت میں (۳) $\frac{1}{4}$ انچ مربع (۴) مستطیلی تراش $\frac{1}{4}$ انچ چوڑی اور $\frac{1}{4}$ انچ موٹی، موٹائی لچھے کے محور سے نیم قطری سمت میں۔ لچھے ہر صورت میں محور کے علی القوائم مستوی سے ۳۰ کا زاویہ بناتے ہیں۔ ہر صورت کے لیے ۱۲ پونڈ کے محوری بوجھ سے کھینچاؤ معلوم کرو۔ ۱ س $= 10 \times 12 = 120$ اور ۲ س $= 10 \times 30 = 300$ پونڈ فی مربع انچ۔

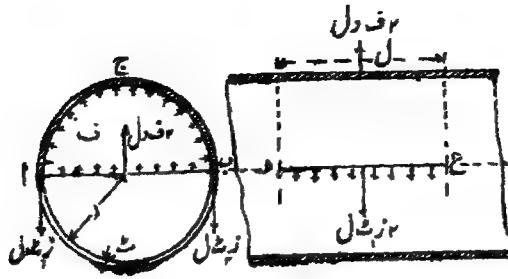
۲۲ - گزشتہ سوال میں کمانیوں کے آزاد سروں کی گرڈیشن معلوم کرو۔
۲۳ - سوال نمبر ۲۱ کی کمانیوں میں ۱۵ پونڈ انچ کی محوری پیچیدگی کے تحت مروڑ معلوم کرو۔

گیارہواں باب

نل، اُستوانے اور قرص

۱۱۹۔ پتلے اُستوانی خول میں اندرونی دباؤ۔ حلقہ تناؤ۔

اگر ایک بہت پتلی دیوار کے مدور اُستوانے یا نل میں ایک سیال دباؤ کے تحت ہو تو سیال کے وزن کو نظر انداز کرتے ہوئے اس اُستوانے یا نل میں دیواروں پر یکساں عادی دباؤ ہوگا اور اس کی وجہ سے دیوار کے مادے میں ایک تیشی زور عرضی تراش کے محیط کی ماسی سمتوں میں پیدا ہوگا۔ اس کو بالعموم محیطی تناؤ یا حلقہ تناؤ کہتے ہیں۔ حلقہ تناؤ کی حد دراصل دیوار کی اندرونی جانب بیرونی جانب سے زیادہ ہوتی ہے (دیکھو دفعہ ۱۲۲) لیکن اگر دیوار کی موٹائی خول کے قطر کے مقابلے میں خفیف ہو تو تناؤ کا تغیر قابل نظر اندازی ہوگا اور زور کو یکساں منقسم سمجھا جاسکتا ہے۔ فرض کرو کہ ایک پتلے بے جوڑ (یعنی جس میں جوڑ نہ ہوں) مدور اُستوانے کا اندرونی نصف قطر (شکل ۱۵۶) اور نیم قطری موٹائی t ہے اور اس پر ایک اندرونی دباؤ حد F کا ہے جس کی وجہ سے حلقہ تناؤ حد Z کا پیدا ہوتا ہے۔ ایک نصف اُستوانہ AB ج کے تغادل پر غور کرو جس کا طول DC یا L ہے۔ چونکہ محور کے علی القوام



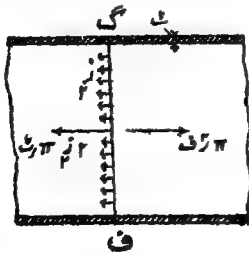
شکل ۱۵۶

مستویوں میں دیواروں پر کوئی جزی زور نہیں اس لیے قطری مستوی اب کے علی القوائم مجموعی حلقہ تناؤ $ز \times ل \times ف$ استوانے کے دونوں پہلوؤں میں ہونگے جیسا کہ ۱ اور ۲ پر دکھایا گیا ہے۔ یہ منحنی سطح ۱ ج ب پر کے حاصل سیالی دباؤ کو عین تعادل میں رکھینگے۔ یہ حاصل دباؤ وہی ہوگا جو قطری مستوی اب پر ہے یعنی $ف \times ۲ \times ل$ ۔ اس لیے

$$(۱) \dots\dots\dots ۲ \times ل \times ف = ۲ \times ل \times ف \dots\dots\dots (۱)$$

$$(۲) \dots\dots\dots \frac{ف}{ل} = \frac{ل}{ف} \dots\dots\dots اور$$

طولی تناؤ۔ استوانی خول کے سرے کو محور کے متوازی کسی طرح کے نظاموں کے ذریعے جوڑا جاسکتا ہے جو اندرونی سیالی دباؤ کے اس اقتضا کی کہ سرے کو علحدہ کر دے گلا یا جڑوا مزاحمت کرتے ہیں اور اس طرح خول کے مادے کے اندر طولی زور کو روک دیتے ہیں یا کم کر دیتے ہیں۔ دیگر صورتوں میں یہ ہو سکتا ہے کہ سرے خول کے ساتھ ہی جوڑ دیے جائیں۔



شکل ۱۵۷

ایسی صورت میں خول میں حلقہ تناؤ $ز$ کے علاوہ ایک طولی تناؤ بھی ہوگا جس کی حدت فرض کر کے $ز$ ہوگی۔ اگر استوانے کے ایسے طول پر غور کیا جائے جس کے ایک سرے پر بند سرا ہو اور دوسرے سرے پر ایک عمار دی

تراشی ستری ف گ (شکل ۱۵۷) ہو تو اس حقے پر محوری سمیت
میں قوتیں دو ہیں ایک تو سیالی دیاؤ کا محوری دھکیل جو سرے کی شکل
پر منحصر نہیں اور ف $\times \pi$ کے مساوی ہے اور دوسرے مجموعی
طولی تناؤ $\times \pi \times ۲$ رٹ - اس لیے

$$\text{نہ} \times \pi \times ۲ \text{ رٹ} = \text{ف} \times \pi \times ۲ \quad (۳)$$

$$\text{نہ} = \frac{\text{ف}}{۲} \quad (۴)$$

یہ حدت محیطی یا حلقہ تناؤ کی حدت کی ٹھیک ٹھیک نصف ہے یعنی

$$\text{نہ} = \frac{۱}{۲} \text{ نہ} \quad (۵)$$

ان دو خاص زوروں نہ اور نہ کے علاوہ ایک تیسرا خاص زور
نیم قطری دیاؤ بھی ہے جو اندرونی پہلو پر ف ہے اور بیرونی جانب
صفر ہے - پتے خلوں میں اس زور کو نہ اور نہ کے مقابلے میں
عموماً نظر انداز کیا جاسکتا ہے - محیطی فساد اس دفعہ ۱۹ کی رُو سے
صریحاً حسب ذیل ہوگا:-

$$\text{س} = \frac{\text{نہ}}{\text{م}} = \frac{\text{نہ}}{\text{ف}} \left(۱ - \frac{۱}{\text{م}} \right) \text{ یا } \frac{\text{ف}}{\text{م}} \left(۱ - \frac{۱}{\text{م}} \right)$$

جہاں $\frac{۱}{\text{م}}$ پوائی سن کی نسبت ہے اور مے راست یا کھنچاؤ کی لچک کا
مقیاس ہے - اور

$$\text{س} = \frac{\text{نہ}}{\text{م}} \left(۱ - \frac{۱}{\text{م}} \right) \text{ یا } \frac{\text{ف}}{\text{م}} \left(۱ - \frac{۱}{\text{م}} \right) \quad (۶)$$

جو م = ۲ کے لیے $\frac{۱}{۲}$ نہ ہو جاتا ہے -

طولی فساد سم حسب ذیل ہوگا:-

$$\text{سم} = \frac{\text{نہ}}{\text{م}} = \frac{\text{نہ}}{\text{ف}} \left(۱ - \frac{۱}{\text{م}} \right) \text{ یا } \frac{\text{ف}}{\text{م}} \left(۱ - \frac{۱}{\text{م}} \right)$$

مے س = نہ $(1 - \frac{2}{م})$ (۷)

جوم = ۴ کے لیے $\frac{1}{۴}$ نہ ہو جاتا ہے۔ لچکدار مضبوطی کا جو ”اعظم فساد“ کا نظریہ ہے (دیکھو دفعہ ۲۵) اس کی رُو سے ظاہر ہے کہ طولی زور سے خل کی محیطی سمت کی مضبوطی میں اضافہ ہوتا ہے۔

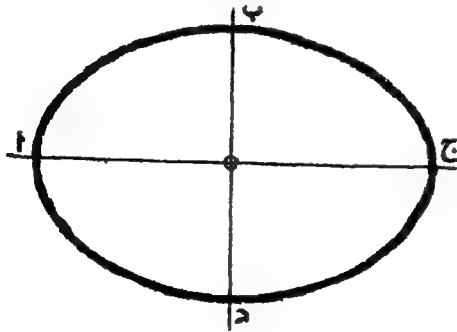
نصف قطر کا اضافہ محیط ہی کے اضافے کے تناسب (س) میں ہوگا اور گنجائش یعنی خل سے گھرے ہوئے حجم کا کسری اضافہ

$۲س + س^۲$ یا $\frac{ن}{ط}$ ہے $(\frac{۵}{۴} - \frac{۲}{م})$ (۸)

لچکدار مضبوطی کے ”اعظم جزئی زور“ یا ”زور کے اعظم فرق“ کے نظریے کی رُو سے اعظم اثر اس کے معادل ہوگا جو ایک سادہ تناسب $ن - (ن - ف) = نہ + ف$ سے پیدا ہو اور (۲) سے

نہ + ف = ف $(1 + \frac{۱}{ط})$ (۹)

بیضوی اُستوانے — کسی بیضوی تراش کے، مثلاً ناقصی اُستوانے میں حلقہ تناؤ کی حدت محیط پر نقطہ بہ نقطہ بدلتی ہے۔ اس کے علاوہ بیضوی



شکل ۱۵۸

تراش میں مدور بن جانے کا اقتضا ہوتا ہے اور وہ اس وجہ سے کہ ایک خمناؤ کا معیار اقل انحنائے نقاط (مثلاً ب اور د شکل ۱۵۸) کے نواح میں انخنا کو بڑھانا

چاہتا ہے اور اعظم انخنا کے نقاط مثلاً ۱ اور ج کے نواح میں ایک مخالف علامت کا

خاؤ کا معیار عمل کرتا ہے۔ ۱ اور ج پر طلق تناؤ بالکل (۱) اور (۲) کی طرح
 $\frac{ف \times و}{ٹ}$ اور اسی طرح ب اور د پر $\frac{ف \times و}{ٹ}$ ہوگا اور (۳) اور
 (۴) کی طرح طولی تناؤ

$$ن = \frac{ف \times (نل کا اندرونی رقبہ)}{ٹ \times (نل کا محیط)}$$

خاؤ کے معیار ۱، ب، ج اور د پر انتہائی قیمتوں کو پہنچتے ہیں اور
 ان چار نقاط پر قبالاً مخالف ملامت کے ہوتے ہیں اور ہر دو متصل نقاط
 کے درمیان صفر قیمت سے گزرتے ہیں۔ اس طرح کے نل یا استوائی کے
 محیط کے مختلف نقاط پر خاؤ کا معیار اور جزی قوت اور تناؤ معلوم کرنے کا
 ایک آسان تریسی قاعدہ مسٹر ویسٹن نے رسالہ انجینیر (۲۳ ستمبر ۱۹۰۳ء)
 میں دیا ہے۔

۱۲۰۔ تیلے خولوں کے جوڑے۔ استوائی خول اکثر جوڑ دار ہوتے
 ہیں (مثلاً بڑے قطر کے نل اور بھاپ جو شارے) اور ایسی تختیوں پر مشتمل
 ہوتے ہیں جو صحیح نصف قطر پر مڑی ہوئی اور ریلوٹ دار جوڑوں سے جڑی
 ہوئی ہوتی ہیں۔ ریلوٹ دار جوڑ کی مضبوطی بہت صحت کے ساتھ محسوب نہیں
 ہو سکتی کیونکہ زور کی تقسیم بہت پیچیدہ ہوتی ہے۔ ریلوٹوں اور تختیوں میں
 زور محسوب کرتے وقت عموماً اوسط زور مراد ہوتا ہے۔ ریلوٹوں کے تناسبات
 اور ان کی گھائی ہمیشہ صرف مضبوطی کے نقطہ نظر سے نہیں مقرر کیے جاتے۔
 ایسے جوڑوں کی مناسب ترتیب جو تجربے سے حاصل شدہ قواعد پر مبنی ہو
 تعمیرات اور مشینوں کی تجویز کے مضمون سے متعلق ہے۔ ریلوٹ دار جوڑ میں
 رگڑ کی وجہ سے کوئی مزاحمت ہو تو اس کو نظر انداز کرتے ہوئے
 اس تختی کی جس میں ریلوٹوں کے لیے سوراخ کیے گئے ہوں اقل ترش
 پر اوسط تنشی زور ٹھوس تختی کے زور سے اسی نسبت میں زیادہ
 ہوگا جس نسبت میں ٹھوس تختی کی ترکش سوراخ دار تختی کی

اقل تراش سے تناؤ کی سمت کے علی القوائم سمت میں زیادہ ہے۔
 اگر ایک اُستوانی خول میں جو ایک اندرونی دباؤ کے تحت ہو مضبوطی اور
 طولی جوڑ ہوں تو صرفاً تناؤ کی سمت کے علی القوائم تراشی رستے کو
 محیطی جوڑوں میں طولی جوڑوں کی بر نسبت زیادہ گھٹانے کی اجازت
 دی جاسکتی ہے کیونکہ محیطی جوڑ طولی تناؤ کی مزاحمت کرتے ہیں اور طولی
 جوڑ محیطی تناؤ کی جس کی حدت (ٹھوس تختی میں) طولی تناؤ سے دگنی ہوتی
 ہے۔ اسی وجہ سے محیطی ریوٹ دار جوڑ طولی جوڑوں سے بہت کم استعداد
 کے رکھے جاتے ہیں۔ استعداد وہ نسبت ہے جو جوڑ کی مضبوطی کو بے جوڑ
 ٹھوس تختی کے مساوی عرض کی مضبوطی کے ساتھ ہو۔

مرغوبی جوڑ۔ چونکہ ایک تلے اُستوانی خول کا کم زور ترین حصہ
 طولی جوڑ ہوتا ہے اس لیے اندرونی دباؤ کے لحاظ سے اس کو اس طرح
 مضبوط کیا جاسکتا ہے کہ تمام طولی جوڑوں کو اُستوانے کے محور کے ساتھ
 مائل رکھا جائے۔ اگر اُستوانی سطح پر ایک مرغولے کا میلان عرضی تراش
 کے مستوی کے ساتھ ط ہو، یا اُستوانے کے محور کے ساتھ ۹۰° - ط ہو تو
 عمادی زور کی حدت مرغولے کے علی القوائم مساوات (۱) دفعہ ۱۵ کی
 رُو سے اور دفعہ ۱۲۰ کی تزقیم کے بموجب حسب ذیل ہوگی :-

$$\text{زہ جسم}^2 \text{ ط} + \text{زہ جب}^2 \text{ ط یا زہ} \left(\frac{1}{2} \text{ جسم}^2 \text{ ط} + \text{جب}^2 \text{ ط} \right)$$

اور حامل زور کی حدت جو مرغولے پر ترچھی ہوگی مساوات (۳) دفعہ ۱۵
 کی رُو سے حسب ذیل ہوگی

$$\text{ما زہ جسم}^2 \text{ ط} + \text{زہ جب}^2 \text{ ط}$$

۱۲۱۔ پتلا کروی خول اندرونی دباؤ کے ساتھ —

ایک قطری مستوی پر قوتیں وہی ہوگی جو اُستوانے میں اس کے

محور کے علی القوائم مستوی پر ہوتی ہیں، اور اگر کُرے کا نصف قطر r ہو، اندرونی دباؤ کی حدت F ، خول کے اندر تناؤ کی حدت Z اور خول کی موٹائی T ہو تو مساوات (۳) دفعہ ۱۱۹ کی طرح

$$Z \times 2 \times \pi \times T = F \times \pi \times r^2$$

$$Z = \frac{F \times r}{2T}$$

یہ زور کی حدت کروی خول کے ہر ماس کی سمت میں ہوگی اور زور کا ناقص ایک دائرہ ہوگا۔ خول کے نیم قطری فشاری زور کو نظر انداز کریں تو صریحاً محیطی فشار

$$S = \frac{Z}{\left(1 - \frac{1}{m}\right)}$$

اور $S = Z \times \left(1 - \frac{1}{m}\right) = \frac{F \times r}{2T} \times \left(1 - \frac{1}{m}\right)$ نصف قطر کا کسری اضافہ S ہوگا اور گھرے ہوئے جسم کا S صفحہ ۳۳

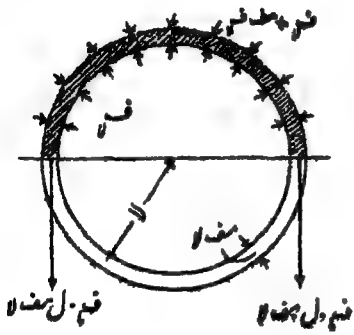
$$\frac{3}{2} \times \frac{F \times r}{2T} \times \left(1 - \frac{1}{m}\right) \text{ ہوگا۔}$$

۱۲۲۔ موٹا اُستوانہ سیالی دباؤ کے زیرِ عمل۔

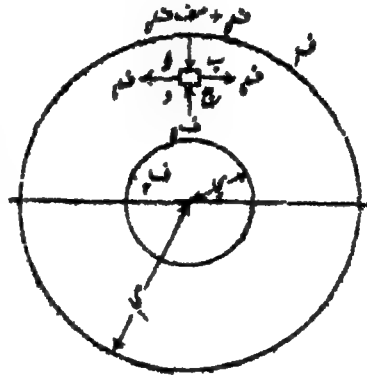
ایک موٹا اُستوانہ متجانس اور متساوی السموت شے کا بنا ہوا ہو تو اس کے اندر محیطی اور نیم قطری زور کی حدتیں چند سادہ مفروضوں کی مدد سے محسوب کی جاسکتی ہیں۔ ذیل کا نظریہ لائحہ عمل پیش کردہ ہے۔

فرض کرو کہ اندرونی اور بیرونی قطر علی الترتیب r اور R ہیں

ہیں (شکل ۱۵۹) اور اندرونی اور بیرونی دباؤں کی حدیں فہ اور فہ ہیں۔ فرض کرو کہ کسی متغیر نصف قطر لا پر نیم قطری فشاری زور اور محیطی تناؤ کی حدیں علی الترتیب فہ اور فہ ہیں۔ تیسرا خاص زور اُستوائی کے محور کے متوازی ہوگا۔ تب نصف قطر لا اور موٹائی مف لا اور کسی طول ل کے ایک نہایت پتلے اُستوائی حصے کے نصف کے تعادل پر غور کریں (شکل ۱۶۰) تو مساوات (۱) دفعہ ۱۱۹ کی طرح مغنی سطح پر باہر کی



شکل ۱۵۹



شکل ۱۶۰

طرف دباؤ یعنی اندرونی اور بیرونی جانبوں کا باہر وار حاصل ایک قطری مستوی کے علی القوائم مجموعی حلقہ تناؤ کے مساوی ہونا چاہیے۔ یعنی

$$(فہ \times ۲ ل ل) - (فہ + مف فہ) ۲ (لا + مف لا) ل$$

$$= ۲ فہ ل \times مف لا$$

یا $فہ \times مف لا - لا مف فہ - مف لا مف فہ = فہ \times مف لا$

اور انتہا میں جب زیر غور حصے کی موٹائی بے انتہا کم ہو

$$فہ = فہ - لا \frac{فہ فہ}{فہ لا} = \frac{فہ فہ}{فہ لا} - (فہ \times لا) \dots \dots (۱)$$

ف اور فہ کے درمیان ایک اور ربط ایک مفروضے پر مبنی ہے جو طولی فسادوں کے متعلق اختیار کیا گیا ہے۔ وہ مفروضہ یہ ہے کہ مستوی عرضی تراشیں دباؤ کے تحت مستوی رہتی ہیں۔ یہ مفروضہ سروں سے کافی فاصلے پر تقریباً صحیح ہونا چاہیے پھر خواہ سرے کسی طرح سے سہارے گئے ہوں بلکہ آزاد ہی کیوں نہ ہوں۔ اس مفروضے کی رو سے کسی تراش کے اندر ہر نقطے پر طولی فساد مستقل ہونا چاہیے یعنی لا پر منحصر نہیں ہونا چاہیے۔ اب اگر طولی زور یکساں منقسم ہو اور اس کی حدت نہ ہو (جو فرض کرو کہ منشی ہے) اور محور سے فاصلہ لا پر کسی نقطے پر طولی فساد ہر دو دفعہ ۱۹ سے

صفحہ ۲۳۲

$$س = \frac{۱}{(ز - فہ - ف)}$$

اگر تراشیں جو ابتداً مستوی ہوں مستوی رہیں تو اس کو مستقل ہونا چاہیے۔ اور چونکہ س، ے، نہ اور م مستقل ہیں اس لیے فہ، ف مستقل ہونا چاہیے۔ اس لیے فرض کرو کہ

$$فہ - ف = ۱۲ \dots \dots \dots (۲)$$

(۱) سے فہ کی قیمت لے کر (۲) میں درج کرنے سے

$$۱۲ = فہ - لا - \frac{فر ف}{فر لا}$$

$$\frac{فر ف}{ف + لا} = - \frac{فر لا}{لا}$$

محکم کرنے سے کوک (فہ + لا) = - کوک لا + مستقل

$$ف + لا = \frac{ب}{۲}$$

یا

$$ف = \frac{ب}{لا} - ۱ \dots\dots\dots (۳)$$

جہاں لا اور ب مستقل ہیں جن کو معلومہ اندرونی اور بیرونی نیم قطری دباؤ اور نصف قطر کے ذریعے معلوم کرنا ہوگا - نیز (۲) سے

$$ف = \frac{ب}{لا} + ۱ \dots\dots\dots (۴)$$

عددی سوالات کے حل کرنے کے لیے مساواتیں (۳) اور (۴) سہل ترین ضابطے ہیں - اب شکل ۱۵۹ کی مدد سے یہ شرائط درج کریں کہ
لا = میا پر ف = ف اور لا = میا پر ف = ف تو

$$ب = \frac{میا میا}{میا - میا} (ف - ف)$$

$$۱ = \frac{ف میا - ف میا}{میا - میا} \quad \text{اور}$$

ان کو (۳) اور (۴) میں درج کرنے سے عام ترین حملے حاصل ہونگے -

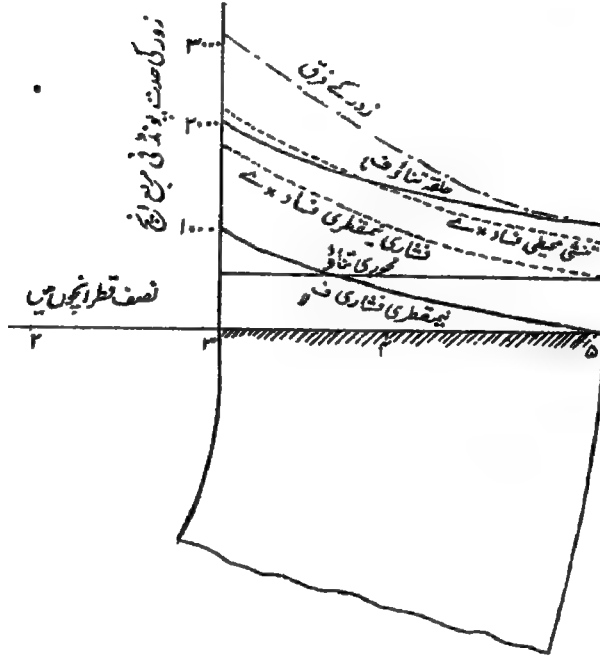
اندرونی دباؤ — اگر اندرونی دباؤ کی حدت ف ہو، اور
بیرونی دباؤ ف صفر ہو جیسا کہ ماقوائی صدر نلوں اور استوانوں، وغیرہ
میں ہوتا ہے تو (۳) سے

$$ف = \frac{میا میا}{میا - میا} \times \frac{ف}{لا} - \frac{ف میا}{میا - میا}$$

$$= ف \frac{میا}{میا - میا} \left(۱ - \frac{میا}{لا} \right) \dots\dots\dots (۵)$$

$$ف = ف \frac{میا}{میا - میا} \left(۱ + \frac{میا}{لا} \right) \dots\dots\dots (۶)$$

کسی دی ہوئی صورت میں نیم قطری فشاری زور ف اور حلقہ تناؤ
ف کس طرح بدلتے ہیں یہ شکل ۱۶۱ میں دکھایا گیا ہے (دیکھو ذیل کی مثال ۳)



شکل ۱۶۱۔ موٹے اُستوانے میں زور اور فساد

جس میں نیم قطری اور حلقہ فساد یا محلی فساد بھی دکھائے گئے ہیں جن کو
اعظم فساد کے نظریے، (دفعہ ۲۵)، کی دوسری پچکدار مضبوطی کا ایک ناپ
سمجھنا چاہیے۔ شکل ۱۶۱ میں فسادوں کے حساب میں یہ مانا گیا ہے کہ
اُستوانے کی دیواریں اندرونی دباؤ کی وجہ سے سرور پر جو دھکیل
ہے اُس کو ایک یکساں منقسم تنشی زور کے طور پر برداشت کرتی ہیں۔
زور کی اعظم حد اُستوانے کی اندرونی سطح کا حلقہ تناؤ ہے جہاں
لا = مہ اور یہ حدت حسب ذیل ہے :-

صفحہ ۳۳۳

$$(۷) \dots\dots\dots \frac{ف_۱ + م_۱}{م_۱ - م_۲} = ف_۲$$

خاص زوروں کا اعظم جبری فرق بھی شکل ۱۶ میں دکھایا گیا ہے۔
پچکدار مضبوطی کے ”اعظم جبری زور“ والے نظریے (دفعہ ۲۵) کی نوٹ سے
”زور کے فرق“ کی اعظم قیمت ہی سے پچکدار ناکارگی کا تعین ہوگا۔ اس
جبری فرق کی قیمت (۵) اور (۶) سے حسب ذیل ہے:-

$$(۷) \dots\dots\dots \frac{۲ ف_۱ م_۱ م_۲}{(م_۱ - م_۲) م_۲} = ف_۱ + ف_۲$$

اور اس کی اعظم قیمت اندرونی سطح پر

$$(۷) \dots\dots\dots \frac{۲ ف_۱ م_۱}{(م_۱ - م_۲)} = ف_۱ + ف_۲$$

اگر طوی زور نہ صفر ہو تو اعظم حلقہ زور کی سمت میں واقع ہونے والے
اعظم فساد کا معادل زور حسب ذیل ہوگا:-

$$سے س_۱ = ف_۱ \left(\frac{م_۱ + م_۲}{م_۱ - م_۲} + \frac{۱}{م} \right) \text{ یا}$$

$$(۸) \dots\dots\dots \left\{ \frac{م_۱ (۱ + م) + م_۲ (۱ - م)}{م (م_۱ - م_۲)} \right\} ف_۱$$

جو قیمت (۷) سے زیادہ ہے اور جوم = م کے لیے حسب ذیل شکل
اختیار کرتا ہے:-

$$(۹) \dots\dots\dots \frac{ف_۱ \left(\frac{۵}{۳} م_۱ + \frac{۳}{۳} م_۲ \right)}{م_۱ - م_۲}$$

اگر استوائی کی دیواریں سرول کا دباؤ π سم^2 برداشت کریں
تو ان کو یکساں تناؤ ماننے سے $\pi = \text{سم}^2 \div (\text{سم}^2 - \text{سم}^2)$ اور اس صورت
میں اندرونی سطح پر دفعہ ۱۹ کی رو سے

$$\text{سم}^2 = \text{سم}^2 \{ (\text{سم}^2 + ۱) + (\text{سم}^2 - ۲) \} \div \text{سم}^2 (\text{سم}^2 - \text{سم}^2) \dots (۱۰)$$

جو (۸) سے کم ہے۔

بیرونی دباؤ — اگر بیرونی دباؤ سم^2 ہو اور اندرونی دباؤ سم^2
صفر ہو تو مستقلوں اور ب کی معلوم شدہ قیمتیں استعمال کرنے سے

$$\text{سم}^2 = \text{سم}^2 - \left(\frac{\text{سم}^2}{\text{سم}^2 - \text{سم}^2} \right) + \frac{\text{سم}^2}{\text{سم}^2 - \text{سم}^2}$$

$$= \text{سم}^2 - \frac{\text{سم}^2}{\text{سم}^2 - \text{سم}^2} \left(1 - \frac{\text{سم}^2}{\text{سم}^2} \right) \dots (۱۱)$$

$$\text{سم}^2 = \text{سم}^2 - \frac{\text{سم}^2}{\text{سم}^2 - \text{سم}^2} \left(1 + \frac{\text{سم}^2}{\text{سم}^2} \right) \dots (۱۲)$$

منفی علامت سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ محیطی زور سم^2 اس صورت میں فشاری
ہے۔ اس کی اعظم قیمت $\text{سم}^2 = \text{سم}^2$ پر ہوتی ہے اور حسب ذیل ہوتی ہے:-

$$\text{سم}^2 = \text{سم}^2 \div (\text{سم}^2 - \text{سم}^2) \dots (۱۳)$$

زور کا فرق حسب ذیل ہے:-

$$\text{سم}^2 + \text{سم}^2 = \text{سم}^2 - \text{سم}^2 \div (\text{سم}^2 - \text{سم}^2) \dots (۱۴)$$

جس کی اعظم قیمت وہی ہے جو (۱۳) میں دی گئی ہے اور $\text{سم}^2 = \text{سم}^2$ ہی پر
ہوتی ہے۔

آئندہ استعمال کے لیے معلوم رکھنا بھی مفید ہوگا کہ بیرونی دباؤ کی

صورت میں ہر جگہ

$$ف = - (لا + س) \div (لا - س)$$

۱۲۲۔ نلوں اور اُستوانوں کے ابعاد — تجرباتی نتائج —

اندرونی دباؤ کے زیرِ عمل پتلی اور موٹی دیواروں کے نلوں کی پچکار مضبوطیاں اس امر کی نمایاں مثالیں ہیں کہ پچکار مضبوطی کے جو مختلف نظریے ہیں (دفعہ ۲۵) ان میں سے ہر ایک کس نتیجے کی طرف رہبری کرتا ہے تقسیم اور مقدار کا فرق شکل ۱۶۱ میں دکھایا گیا ہے۔ ایک دیے ہوئے اندرونی دباؤ کے لیے دیوار کی موٹائی اور نل کے قطر کی بے خطر نسبت ایک دی ہوئی شے کے لیے اعظم خاص زور، اعظم خاص فساد، یا زور کے اعظم فرق (اور اس طرح اعظم جزئی زور) کی قیمت پر منحصر ہوگی۔ یہ سب دیوار کے اندرونی پہلو پر اعظم ہوئے مضبوطی کے جو تین نظریے ہیں ان کا نلوں پر اطلاق سمجھنے کے لیے مناسب ہے کہ دفعہ ۱۲۲ میں اندرونی پہلو کے لیے جو نتائج دیے گئے ہیں ان کو ایسی شکل میں بیان کیا جائے جس سے مقابلے میں آسانی ہو۔ فرض کرو کہ $F =$ اندرونی دباؤ، یا $F =$ کی وہ قیمت جو پچکار ناکارگی پیدا کرنے کے لیے عین ضروری ہو۔ فرض کرو کہ $T =$ دیوار کی موٹائی $S =$ سہ اور $Q =$ اندرونی قطر $2 =$ سہ اور فرض کرو کہ S یا

مذمومہ ۲۳۵

$$\frac{Q + 2T}{Q} = K \text{ اور } \frac{T}{Q} = e = \frac{1}{K} \quad (K - 1)$$

اعظم خاص زور — فرض کرو کہ $Z =$ اعظم بے خطر خاص زور $=$ ف کی قیمت پچکار ناکارگی پر۔ تب مساوات (۷) دفعہ ۱۲۲ حسبِ ذیل ہو جائیگی: —

$$(۱) \dots\dots\dots \frac{ک^۲ + ۱}{ک - ۱} = ز$$

$$(۲) \dots\dots\dots \frac{ک^۲ - ۱}{ک + ۱} = \frac{۲ + (۱ + عه)}{۲ + عه + ۱}$$

اور

$$(۳) \dots\dots\dots \frac{ک}{\left[\frac{۱ + \frac{ز}{ک}}{۱ - \frac{ز}{ک}} \right]} = ک$$

نیز

$$\dots\dots\dots \frac{۱}{\left[\frac{۱ + \frac{ز}{ک}}{۱ - \frac{ز}{ک}} \right]} = \frac{ک}{ز}$$

اور

$$(۴) \dots\dots\dots \left\{ \frac{۱ + \frac{ز}{ک}}{۱ - \frac{ز}{ک}} \right\}^{\frac{۱}{۲}}$$

یہ دی ہوئی شرائط کی مناسبت سے موزوں ابعاد معلوم کرنے کے لیے مساواتوں کی بہترین شکلیں ہیں۔

اعظم خاص فساد — فرض کرو کہ ز = اعظم ”معاذل“ بے خطر زور

یعنی مے × اعظم خاص فساد یا مے × س کی قیمت لچکدار ناکارگی پر۔ تب اس صورت کے لیے کہ نیل کو طولی زور برداشت کرنا نہ پڑے مساوات (۸) دفعہ ۱۲۲ حسب ذیل ہوگی :-

$$(۵) \dots\dots\dots \left\{ \frac{ک^۲ + (۱ + م) + (۱ - م)}{م(ک^۲ - ۱)} \right\} = ز$$

$$(۶) \dots\dots\dots \frac{م(ک^۲ - ۱)}{ک^۲ + (۱ + م) + (۱ - م)} = \frac{۲ + (۱ + عه)}{۲ + عه + ۱}$$

اور

$$\text{نیز ک} = \sqrt{\frac{(\frac{1}{m}-1)\frac{f}{r}+1}{(\frac{1}{m}+1)\frac{f}{r}-1}} \text{ یا } \sqrt{\frac{z+f(\frac{1}{m}-1)}{z-f(\frac{1}{m}+1)}} \dots\dots\dots (۷)$$

اور عہ یا $\frac{z}{r}$

$$\dots\dots\dots (۸) \dots\dots\dots \left\{ 1 - \frac{z+f(\frac{1}{m}-1)}{z-f(\frac{1}{m}+1)} \right\}^{\frac{1}{r}} \text{ یا } \left\{ 1 - \frac{(\frac{1}{m}-1)\frac{f}{r}+1}{(\frac{1}{m}+1)\frac{f}{r}-1} \right\}^{\frac{1}{r}} =$$

اگر نل سرے کے دباؤ $\frac{\pi}{m}$ ق ف سے پیدا ہونے والے پورے طولی تناؤ کو برداشت کرے تو مساوات (۱۰) دفعہ ۱۲۲ حسب ذیل ہوگی۔

$$\dots\dots\dots (۹) \dots\dots\dots \left\{ \frac{m^2(1+m)+2-m}{m(1-2)} \right\} z = n$$

$$\text{اور } \frac{f}{r} = \frac{m(1-2)}{2-m+(1+m)\frac{f}{r}} \text{ یا } \frac{m^2(1+m)+2-m}{(1+m)(1+m)} \dots\dots\dots (۱۰) \dots\dots\dots$$

صفحہ ۳۳۷

$$\dots\dots\dots (۱۱) \dots\dots\dots \sqrt{\frac{(\frac{2}{m}-1)\frac{f}{r}+1}{(\frac{1}{m}+1)\frac{f}{r}-1}} \text{ یا } \sqrt{\frac{z+f(\frac{2}{m}-1)}{z-f(\frac{1}{m}+1)}} = \text{نیز ک}$$

اور عہ یا $\frac{z}{r}$

$$\dots\dots\dots (۱۲) \dots\dots\dots \left\{ 1 - \frac{z+f(\frac{2}{m}-1)}{z-f(\frac{1}{m}+1)} \right\}^{\frac{1}{r}} \text{ یا } \left\{ 1 - \frac{(\frac{2}{m}-1)\frac{f}{r}+1}{(\frac{1}{m}+1)\frac{f}{r}-1} \right\}^{\frac{1}{r}} =$$

زور کا اعظم فرق — فرض کرو کہ $z = \text{زور کا اعظم بے خطر}$

جبری فرق یعنی فہ + فہ کی وہ قیمت جو یکجہ دار نا کارگی کے لیے ضروری ہو۔ تب مساوات (۷ ب) دفعہ ۱۳۲ حسب ذیل ہوگی :-

$$\text{ز} = \text{ف} \frac{\text{ک}^2}{\text{ک} - ۱} \dots\dots\dots (۱۳)$$

$$\text{اور } \frac{\text{ف}}{\text{ز}} = \frac{\text{ک} - ۱}{\text{ک}^2} \text{ یا } \frac{\text{ک}^2}{\text{ک} - ۱} = \frac{\text{ک} + ۱}{\text{ک} - ۱} \dots\dots\dots (۱۴)$$

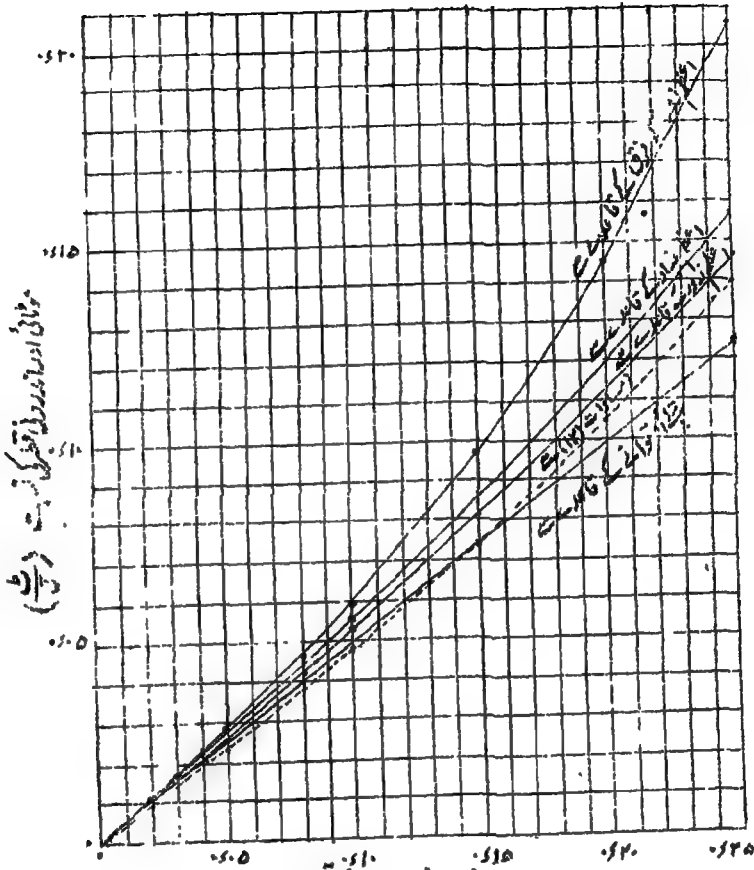
$$\text{نیز ک} = \frac{۱}{\frac{\text{ک}^2}{\text{ک} - ۱} - ۱} \text{ یا } \frac{۱}{\frac{\text{ک}^2}{\text{ک} - ۱} - ۱} = \frac{\text{ز}}{\text{ف}} \dots\dots\dots (۱۵)$$

$$\text{اور عیاں } \frac{\text{ف}}{\text{ز}} = \frac{۱}{\left\{ ۱ - \frac{\text{ک}^2}{\text{ک} - ۱} \right\}} \dots\dots\dots (۱۶)$$

ف/ز کی قیمتیں ف/ز، ف/ز کی دی ہوئی قیمتوں کے لیے مساواتوں

(۴) (۸) (۱۲) اور (۱۶) کے مطابق شکل ۱۶۱ میں دکھائی گئی ہیں اور زیادہ موٹے استوائوں کے لیے بھی شکل ۱۶۱ ب میں دکھائی گئی ہیں۔ م کی قیمت ۴ لی گئی ہے۔ اگر اندرونی دباؤ ف دیا ہوا ہو اور اعظم زور یا اعظم کامی معادل زور زیادہ دیا گیا ہو (جو ممکن ہے کہ کسی مناسب نسبت میں گھٹا ہوا ہو) تو ان نقشوں سے نل کی مطلوبہ موٹائی اندرونی قطر کی رقوم میں آسانی سے پڑھ لی جاسکتی ہے۔ یا متبادلاً اگر نل دیا ہوا ہو تو زور یا معادل زور کی ایک مختص اعظم قیمت کے لیے بے خطر اندرونی سیالی دباؤ کی قیمت یا مختص سیالی دباؤ کے لیے زور وغیرہ پڑھ لیے جاسکتے ہیں۔ نقطہ دار خطوط ہر صورت میں مساوات (۱۲) کو تعبیر کرتے ہیں جہاں کہ محیطی فساد طولی زور کی وجہ سے گھٹ گیا ہے۔ یہ اثر پتلی دیوار کے نلوں میں بہت نمایاں ہوتا ہے اور قطر کے تناسب سے موٹائی کے بڑھنے سے یہ اثر کم ہوتا ہے۔

ایک پتلی استوائی نل یا خول کے لیے (۴)، (۸)، (۱۲) اور (۱۶) کے متناظر حسب ذیل قاعدے حاصل ہونگے :-



شکل ۱۹۱ - اندرونی دباؤ کے تحت استوانوں کی چھدار مضبوطی

- اعظم زور کے لیے $\frac{P}{Q} = \frac{1}{4} \frac{F}{R}$ (۱۳)
- اعظم فساد اور غیر طوی زور کے لیے $\frac{P}{Q} = \frac{1}{4} \frac{F}{R} \div (1 - \frac{1}{M} \frac{F}{R})$ (۱۸)
- اعظم فساد (مع طوی زور) کے لیے $\frac{P}{Q} = \frac{1}{4} \frac{F}{R} \div (1 - \frac{1}{M} \frac{F}{R})$ (۱۲)
- زور کے اعظم فرق کے لیے $\frac{P}{Q} = \frac{1}{4} \frac{F}{R} \div (1 - \frac{1}{M} \frac{F}{R})$ (۱۶)

صفحہ ۳۳۹

دیکھو یہ ہر صورت میں موٹے اُستوانے کے متناظر قاعدے سے حاصل ہونے والی مقداروں سے کم ہیں جس سے معلوم ہوا کہ ”موٹے“ اُستوانے کو پستانا سمجھنا سلامتی کے منافی ہے (دیکھو شکل ۱۱۱)۔ دیوار کی موٹائی اندرونی قطر کی صرف ۱/۲ ہوتو یہ خطا اعظم زور کے قاعدے سے ۱۰ فی صدی سے زیادہ ہوتی ہے اور سادہ قاعدہ (۴) و (۱۲) کے مقابلے میں ۳۰ فی صدی بیش اندازہ کرتا ہے۔ بارلو کا جو قاعدہ موٹے (اور پتلے) اُستوانوں کے لیے ہے جو بہت کثرت سے استعمال ہوا ہے لیکن جو کسی معقول استدلال پر مبنی نہیں وہ اسی ربط (۴) کی شکل کا ہے لیکن بیرونی قطر کی رقوم میں ہے اور اس کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے:-

$$\frac{\text{ٹ}}{\text{ق} + \text{ٹ}} = \frac{1}{\frac{1}{2} \frac{\text{ف}}{\text{ز}}}$$

یہ تحويل ہو کر مسادات (۱۶) کی شکل اختیار کرتا ہے اور اس کو ایک آزمائشی قاعدہ سمجھنا چاہیے۔ بحیثیت ایک آزمائشی قاعدے کے یہ اعظم فساد کی مساوات (۸) پر مبنی متحقی کی خاصی بیرونی کرتا ہے اور اس سے زیادہ تر سلامتی کی جانب ہٹتا ہے۔

تجرباتی نتائج — تجارتی آغوشی تپا جوڑے فولادی نلوں پر کیے ہوئے کثیر تعداد کے امتحانوں سے پروفیسر اسٹوارٹ نے نتیجہ اخذ کیا ہے کہ ضابطوں (۹)، (۱۰)، (۱۱)، (۱۲) کے طریقے سے نقطہ مغلوبیت کے لیے جو زور حاصل ہوتا ہے وہ زیر بحث تھے کے منشی نقطہ مغلوبیت کے امتحانوں سے بہت مطابق ہوتا ہے۔ دباؤ کے تحت مغلوبیت کی جو پہلی علامات ہوتی ہیں ان کو مشاہدہ کرنے کے تجرباتی طریقے اس کے پرچے میں شائع نہیں ہوئے۔ نیز اس نے جو تل استعمال کیے وہ بغیر جوڑے کے نہیں تھے اور سب کی موٹائی قطروں کے ۰.۲ سے کم تھی اور اس حد تک محسوسہ زور باہم زیادہ مختلف نہیں ہوتے (دیکھو شکل ۱۱۶)۔ ان وجہ سے ایسے تجربات کو بغیر جوڑے کے موٹے اُستوانوں کی مضبوطی کے مختلف ضابطوں کے تقابل میں قطعی شہادت نہیں سمجھا جاسکتا اگرچہ ان سے

تجارتی تیا جوڑے ٹلوں کی کامی مضبوطی کے متعلق کارآمد معلومات حاصل ہوتی ہیں۔ اندرونی دباؤ والے موٹے استوانوں پر کوک اور رابرٹسن نے جو چند بہت اچھے تجربات کیے ہیں ان سے موٹائی اور قطر کے بہت ہی مختلف تناسبوں کے زیرِ فلاد کے استوانوں کے لیے نقطہ مغلوبیت کے زور کے اچھے نتائج حاصل ہوئے جو باہم بہت متطابق ہیں اور اعظم خاص فساد اور زور کے اعظم فرق کے نظریوں سے حاصل ہونے والی قیمتوں (شکل ۱۶۱ ب) کے بین بین ہیں۔ ڈھلے لوہے کے لیے (جو ایک پھونک شے ہے) کوک اور رابرٹسن نے شکستگی کے تناظر اندرونی دباؤ کے لیے اچھے نتائج حاصل کیے جو ضابطہ (۴) سے اعظم خاص زور کوٹنے کی انتہائی تنشی مضبوطی کے مساوی رکھنے سے حاصل ہونے والے نتائج کے بہت مطابق ہیں۔ یہ نتائج پھونک اشیا کے لیے ”اعظم زور کے قاعدے“ کی صحت پر دلالت کرتے ہیں اور سکونی بوجھوں کے تحت متدد اشیا کے لیے ”زور کے اعظم فرق“ کے نظریے کی تقریبی صحت ثابت کرتے ہیں۔ لیکن اگر ”اعظم فساد کی توانائی“ کے مفروضے (دفعہ ۲۵) کے لیے منحنی کھینچا جائے جو شکل ۱۶۱ ب میں نہیں دکھایا گیا تو ایسی اشیا کے لیے جو بہت متدد ہوں ان حاصل شدہ نتائج سے یہی نظریہ دوسرے تین نظریوں سے زیادہ مطابق ہوتا ہے۔ مخلوط زور کے متعلق دوسرے جو تجربات بہت مختلف طریقوں پر کیے گئے ہیں (دیکھو دفعہ ۲۵) ان کے ساتھ بھی یہ نتائج بہت مطابقت رکھتے ہیں۔ ضمناً یہ ذکر کر دینا مناسب معلوم ہوتا ہے کہ کوک اور رابرٹسن نے معلوم کیا کہ انہوں نے نرم فولاد کے موٹے استوانوں کی جو انتہائی مضبوطی ایسے دباؤ کے تحت معلوم کی جس سے استوانے پھٹ گئے وہ مضبوطی لامی کے ضابطوں (۱)، (۲)، (۳) اور (۴) کے تناظر امتحانی قانون کے مطابق ہوتی ہے اگر ان ضابطوں میں زکوٹے کی انتہائی تنشی مضبوطی لیا جائے۔

صفحہ ۳۲

۱۲۲ اب۔ نل بیرونی دباؤ کے تحت۔۔۔ اگر ایک استوانہ نل

یا نل پر بیرونی دباؤ ہو تو دیوار میں ایک محیطی یا حلقہ فشار پیدا ہوگا جس کی حدت مساوات ۱۲ دفعہ ۱۲۲ سے حاصل ہوگی۔ اگر نلی کی دیوار پتلی ہو تو فشاری زور تقریباً یکساں ہوگا اور اس کو آسان ضابطہ (۲) دفعہ ۱۱۹ سے محسوب کیا جاسکتا ہے۔ صرف یہ کرنا ہوگا کہ شکل ۱۵۱ کی تمام قوتوں کی سمت کو معکوس کر دیا جائے۔ لیکن بیرونی دباؤ کا مسئلہ اندرونی دباؤ کے مسئلے سے تقریباً اُسی لحاظ سے مختلف ہے جس لحاظ سے داب روک، بندھن سلاخ سے مختلف ہوتا ہے۔ کیونکہ جس طرح داب روک اگر لمبا اور بے سہارا ہو تو خم ہو کر یا جھک کر ٹوٹ سکتا ہے اسی طرح بڑے قطر کے نل کی پتلی دیوار ٹوٹ سکتی ہے۔ دیوار موٹی ہو تو استوانے کی تراش اُس وقت تک مدور رہتی ہے کہ شے کی فشاری مزاحمت کی حد نہ پہنچ جائے۔ اگر نلی کا طول چھوٹا ہو (مثلاً قطر کے چھ گنے سے کم ہو) تو اس کو سروں سے کچھ سہارا مل سکتا ہے۔ اس لیے مسئلے کو آسان بنانے کے لیے پہلے نل کا طول بہت لمبا فرض کیا جاسکتا ہے۔ دفعہ ۱۱۹ کی ترقیم استعمال کرو لیکن نہ سے دیواروں کے فشاری زور کی حدت تعبیر کرو اور نہ سے بیرونی نصف قطر اور ف سے بیرونی دباؤ۔ تب حسبِ سابق

$$ن = \frac{ف}{\pi} \dots\dots\dots (۱)$$

اب نل کے ایک بہت چھوٹے محوری طول مثلاً اکائی طول پر غور کرو۔ دیوار جس کا محیطی طول ۳.۲ ر اور تراش مستطیلی ۱ × ہے ایک مجموعی فشار ش کے تحت ہے جہاں

$$ش = ن \times \pi \times ۱ = ف \dots\dots\dots (۲)$$

ش کی جو حاصل قیمت غیر قائمیت پیدا کرنے کے لیے ضروری ہے وہ

یہ ایسے نلوں کا تقریبی فاصل دباؤ ہے جو اتنے لمبے ہیں کہ سرے درمیان سے کسی ناکارگی کی مزاحمت میں کوئی مدد نہیں دیتے۔ اس قیمت کو جو صحیح تحلیل سے نہیں حاصل ہوتی بلکہ ایک محوری بوجھ کے سیدھے داب روک کی مماثلت سے حاصل ہوئی ہے بالکل صحیح نہیں سمجھنا چاہیے بلکہ یہ سمجھنا چاہیے کہ اس سے ف کی فاصل قیمت کے جملے کی شکل حاصل ہوتی ہے۔ چونکہ نل در اصل چھوٹے محوری طول کا نہیں اس لیے جس اکائی طول پر غور کیا گیا ہے اُس کے متصل حصوں سے اُس کے متدائمنہ انحناء کی مزاحمت عمل میں آتی ہے اور لچک کا مناسب مقیاس جیسا کہ دفعہ ۹۴ میں دکھایا گیا ہے سے نہیں ہوگا بلکہ $\frac{M}{1-M^2}$ سے ہوگا جہاں $\frac{1}{M}$ پوائنٹ سن کی نسبت ہے۔ زیادہ صحیح ریاضیاتی تحلیل سے حسب ذیل قیمت حاصل ہوتی ہے:-

$$F = \frac{M^2}{1-M^2} \times \frac{E}{R} \times \left(\frac{P}{R}\right)^2 \text{ یا } \frac{M^2}{1-M^2} \times 2 \times E \left(\frac{P}{R}\right)^2 \dots (5)$$

اس نتیجے کی ایک سادہ تمثیل کے لیے مصنف 'مسٹر ساؤتھ ویل' کا ممنون ہے۔ اگر مدور تراش کا ایک خفیف سا بگاڑ ناقصی تراش میں فرض کیا جائے تو فاصل دباؤ ف اس طرح کا ہوگا جو اس خفیف سی بگڑی ہوئی شکل کو دیوار کی لچکدار قوت بازگشت کے مقابلے میں تعادل میں رکھیں گی۔ فرض کرو کہ نصف قطر کی مدور تراش ایک ناقص بن جاتی ہے جس کے نیم محور r اور $r - e$ ہیں (شکل ۱۱ ج) جہاں e چھوٹا ہے اور اس کی وجہ سے محیط فشار F ($r + e$) اور F ($r - e$) ہوئے جیسا کہ شکل میں دائیں طرف دکھایا گیا ہے۔ تب ناقص کی مساوات یہ ہوگی:-

$$1 = \frac{r^2}{r^2 - (r - e)^2} + \frac{r^2}{r^2 - (r + e)^2}$$

$$1 = \frac{r - e}{r + e} \sqrt{\frac{r}{r - (r + e)^2}}$$

یا

اس کو دو مرتبہ تفرق کر کے انخا کے ضابطے میں مستدرج کریں جو دفعہ ۷۷ کے حاشیے میں دیا گیا ہے تو کسی نقطہ ط کا انخنا صہ کی پہلی قوت تک

$$\left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \right\} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$$

انخنا کا اضافہ

صفحہ ۲۳۷

$$\left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \right\} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \quad (۱۵)$$

اور یہ ایک خمیدہ لکڑے میں خاؤ کے معیار کے متناسب ہوگا (دیکھو دفعہ ۱۲۹)۔
تراش کے کسی نقطے پر خمیدگی کی مزاحمت کا معیار حاصل کرنے کے لیے
ضد انحنائی انخنا کی مزاحمت (دفعہ ۹۴) کی رعایت سے صرف اتنا کرنا ہوگا
کہ انخنا کے اضافے کو

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$$

سے ضرب دینا ہوگا۔

اس طرح (۱۵) سے ط پر مزاحمت کا معیار

$$\left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \right\} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \quad (۱۵)$$

اور لا = ۰ پر

$$\left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \right\} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \quad (۱۵)$$

اور لا = ۰ پر

$$\left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \right\} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \quad (۱۵)$$

اس محض ناقصی بگاڑ کی حالت میں تعادل تعدیلی واقع ہونے

کے لیے ان معیاروں کو متناظر خاؤ کے معیاروں کا توازن کرنا ہوگا جو دباؤ ف سے پیدا ہوتے ہیں۔ شکل ۱۶ ج میں دکھائے ہوئے ربع دائرہ کے لیے ا کے گرد معیار لیں اور ان میں اضافہ کرنے والے معیار کو مثبت سمجھیں تو

$$م = م - ف (ر - صد) + \frac{1}{4} ف (ر + صد) + \frac{1}{4} ف (ر - صد)$$

$$= م + \frac{1}{2} ف ر$$

(۵) اور (ج) سے م اور م کی قیمتیں لے کر درج کرنے سے

$$۲ ف ر = م - م = م - \frac{۲}{۱-۲} \times \frac{۲}{۲} = \frac{۲}{۲}$$

$$ف = \frac{۲}{۲(۱-۲)} = \frac{۲}{۲} \text{ یا } \frac{۲}{۱-۲} = \frac{۲}{۲} \text{ (ٹ) (ٹی)}$$

یہ وہی قیمت ہے جو (۵) میں دی گئی ہے۔ نیز اگر نل کی دیوار پر کوئی نقطہ ط لیا جائے اور حصے ج ط کے معیار ط کے گرد لیے جائیں اور ج پر کے معیار کے لیے قیمت (ج) اور م کے لیے اوپر کی قیمت جو لا کی رقوم میں دی گئی ہے استعمال کریں تو صد کی پہلی قوت تک یہ پایا جائیگا کہ ف کی اس قیمت سے ط پر خاؤ کا معیار اس مزاحم معیار کے مساوی ہوگا جو خفیف ناقص بگاڑ کے لیے (۵ ب) سے حاصل ہوگا۔

یہ فاصل دباؤ صریحاً تقوری صورت کے لیے ہے اور تقوری صورت سے جو انحراف واقع ہونگے مثلاً تراش کا غیر کامل طور پر مدور ہونا، دیوار کی موٹائی کا نامساوی ہونا، نل جس شے کا بنا ہوا ہے اس کی غیر یکسانیت اور اس کی لچک کی حدود کا محدود ہونا ان سب باتوں کا اثر یہ ہوگا کہ ناکارگی پست تر دباؤں پر واقع ہوگی۔ بغیر جوڑ کے اور آغوشی تیا جوڑے دونوں طرح کے نلوں پر جو تجربات کیے گئے اُن سے ناکارگی دباؤں کے لیے قیمت

ف = ج $\left(\frac{\text{ٹ}}{\text{ق}}\right)^3 \dots\dots\dots (۶)$

کی شکل میں حاصل ہوتی ہے جو (۴) اور (۵) کے مطابق ہے لیکن مستقل ج کی قیمت عموماً (۵) سے حاصل ہونے والی قیمت سے ۲۵ تا ۳۰ فی صدی کم حاصل ہوتی ہے۔ مثلاً اگر $\frac{\text{ٹ}}{\text{ق}} > ۰.۲۵$ تو تجرباتی قیمتیں تقریباً حسب ذیل ہیں:-

فولادی نیوں کے لیے ف = $۵۰ \times ۶۰ \times \left(\frac{\text{ٹ}}{\text{ق}}\right)^3$ پونڈ فی مربع انچ $\dots\dots\dots (۷)$

پیتل کی نیوں کے لیے ف = $۲۵ \times ۶۰ \times \left(\frac{\text{ٹ}}{\text{ق}}\right)^3$ پونڈ فی مربع انچ $\dots\dots\dots (۸)$

بہت موٹی ٹیلیوں کی صورت میں، بہت چھوٹے داب روکوں کی طرح، ناکارگی خمیدگی سے واقع نہیں ہوگی بلکہ مادے کے کچلے جانے کی وجہ سے ہوگی اور سودا خ بتدریج بند ہوتا جائیگا۔

اگر ٹی نہ بہت پتلی ہو نہ بہت موٹی مثلاً $\frac{\text{ٹ}}{\text{ق}} < ۰.۲۵$ تو ناکارگی

کے حالات (۵) یا (۶) کے مطابق ناکارگی اور لچک کی حد پہنچ جانے کی ناکارگی کے بین بین ہونگے۔ ایسی صورتوں میں، داب روکوں کی طرح،

ایک کم و بیش آزمائشی ضابطے کے ذریعے ناکارگی کی انتہائی مزاحمت کو پتلے پن $\frac{\text{ق}}{\text{ٹ}}$

کی ایک بڑی وسعت کے لیے ایک کم و بیش آزمائشی ضابطے کے ذریعے بیان کیا جاسکتا ہے۔ یہ ضابطہ بھی داب روک کے ضابطوں کے نمونے پر

ہو سکتا ہے۔ چنانچہ $\frac{\text{ٹ}}{\text{ق}} < ۰.۳$ کے لیے $\frac{\text{ٹ}}{\text{ق}}$ کی ایک بڑی وسعت کے

لیے کارٹن اور کارٹ نے معلوم کیا کہ حسب ذیل ربط درست رہتے ہیں،